AZIENDA

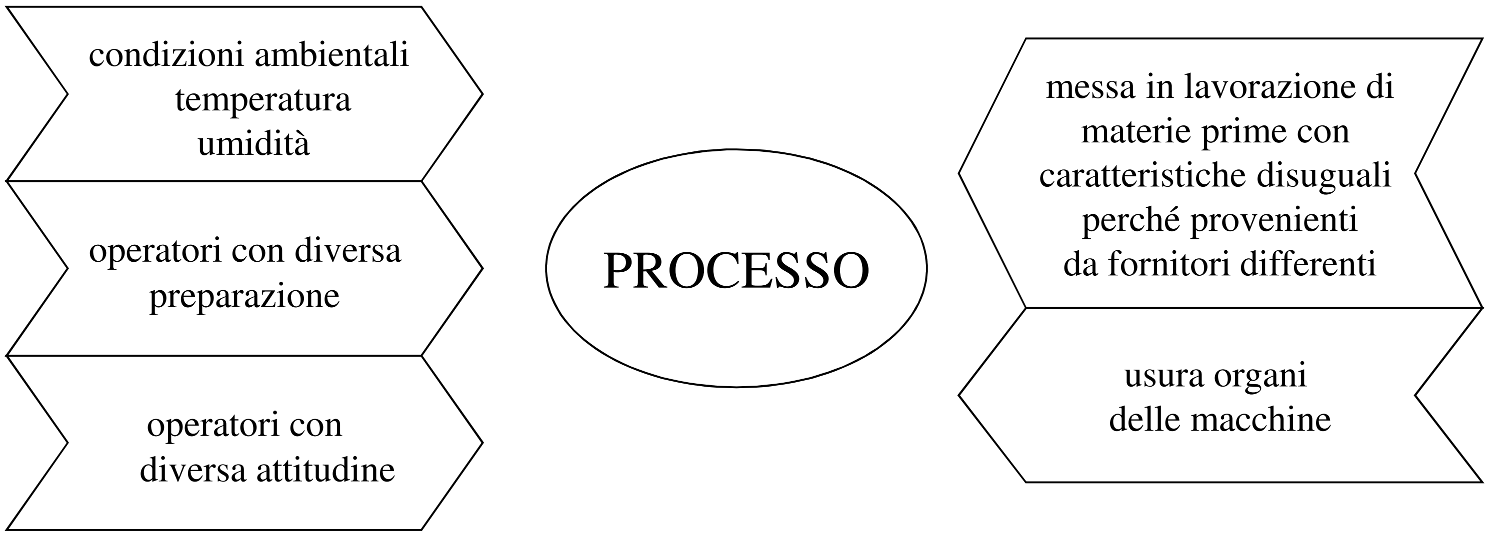
MATERIA PRIMA

PROCESSO PRODUTTIVO

PRODOTTO FINITO

OBIETTIVO AZIENDALE

Il desiderio dell'azienda è quello di fabbricare tutti i pezzi uguali al prototipo specificato (*impossibile*) e conforme alle caratteristiche specificate (*possibile*)



Il risultato di tutti questi fattori è la produzione di pezzi che differiscono l'uno dall'altro

non è possibile ottenere esattamente
gli stessi risultati da una serie di prove,
da una produzione in serie,
dal comportamento di un prodotto

Sample No.	Tensile strength: Heat 1 MPa	Heat 1 ksi	Heat 2 MPa	Heat 2 ksi
1	522	75.7	517	75.0
2	511	74.1	490	71.1
3	489	70.9	499	72.4
4	554	80.3	514	74.6
5	500	72.5	503	72.9
Average	515	74.7	505	73.2

Probabilità

Studio di strutture matematiche che forniscono un numero che esprime in che misura un certo evento può o meno accadere

Statistica

Processo matematico per **raccogliere**, **organizzare** ed **interpretare** dati numerici, in particolare di un campione rappresentativo di una popolazione, usando le teoria del calcolo delle probabilità

Statistica Descrittiva

- Metodo deduttivo *(dal generale al particolare)*
- Raccolta dei dati
- Sintesi dei dati di un campione (più raramente di una popolazione)
- Presentazione dei risultati

Statistica Inferenziale

- Metodo induttivo *(dal particolare al generale)*
- Rilevazioni parziali (campioni rappresentativi)
- Stima dei parametri di una popolazione ignota
- Verifica delle ipotesi

STATISTICA DESCRITTIVA

La **statistica descrittiva** si occupa della raccolta, classificazione, analisi dei dati che esprimono aspetti di fenomeni collettivi scelti come oggetto di studio e che si manifestano negli elementi di un determinato insieme.

Scopo della **statistica descrittiva** è quello di descrivere questi fenomeni o di individuare regolarità di comportamento in essi.

Indagine statistica

Raccolta dati

Spoglio dei dati

Elaborazione dei dati

Natura dei dati: qualitativa, quantitativa
Metodo di raccolta: censimento, campionamento
Tecnica di raccolta: intervista, compilazione di questionario, ecc.

Enumerazione dei dati
Classificazione in gruppi
Trascrizione in tabelle

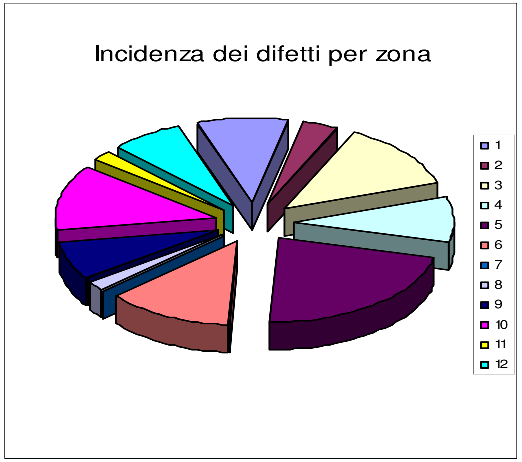
Rappresentazione dei dati mediante grafici per informazioni facilmente, rapidamente comprensibili.
Quali grafici? Istogrammi, diagrammi a torta, grafici cartesiani, cartogrammi, ecc.

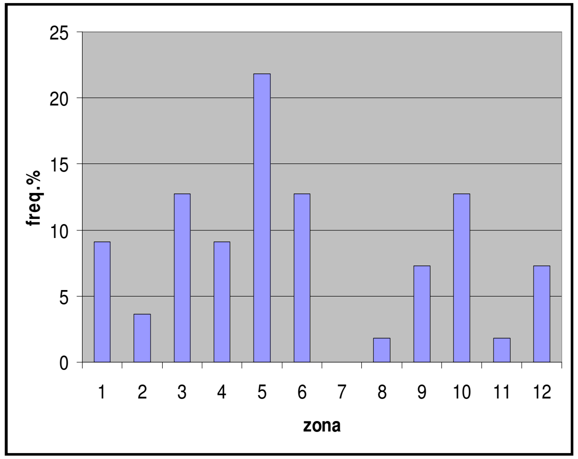
Raccolta e presentazione dati

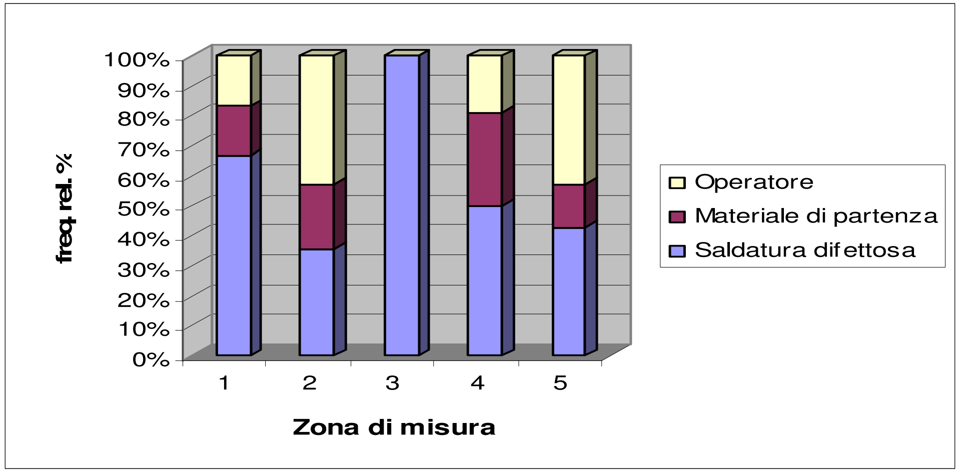
Frequenza relativa è il rapporto fra la frequenza assoluta e il numero totale delle unità rilevate, se moltiplicata per 100 è detta *frequenza relativa percentuale*

$$f_i\% = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \cdot 100 \qquad f_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

zona	difetti	somma	frequenza	freq%
1	5	55	0.09	9
2	2		0.04	4
3	7		0.13	13
4	5		0.09	9
5	12		0.22	22
6	7		0.13	13
7	0		0.00	0
8	1		0.02	2
9	4		0.07	7
10	7		0.13	13
11	1		0.02	2
12	4		0.07	7







La **media aritmetica semplice M** di n valori è il rapporto fra la loro somma e il loro numero n:

$$M\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Nellla **media aritmetica ponderata** ogni valore entra nella media con il suo peso

$$M\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \ldots + x_n \cdot n_n}{n}$$

$$dove\ n = n_1 + n_2 + \ldots + n_n$$

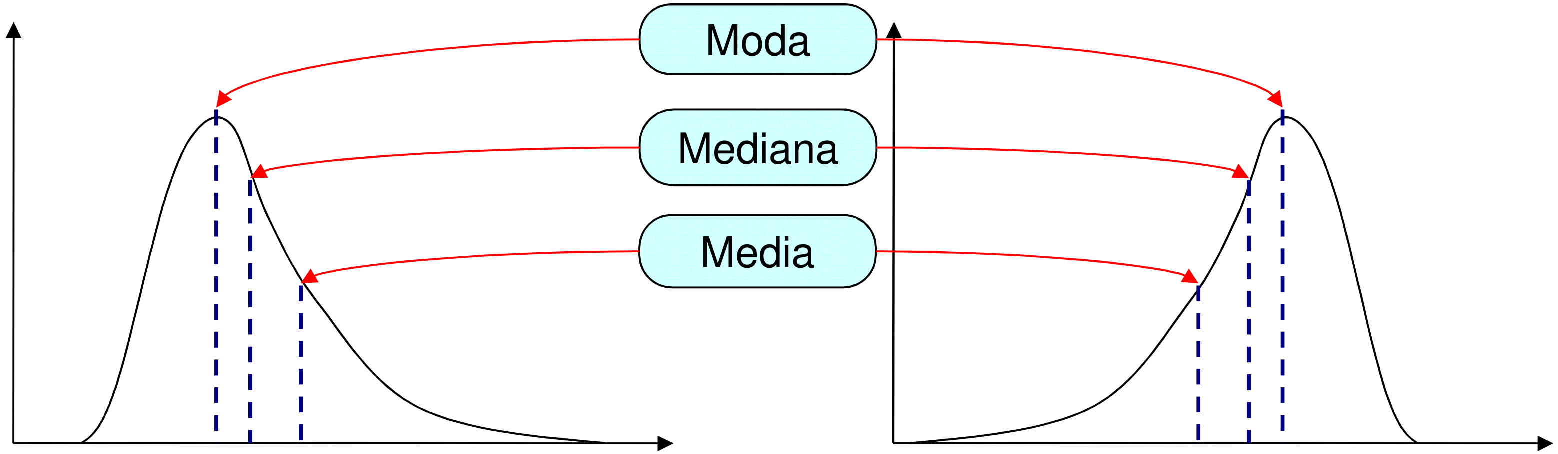
La **moda** di un fenomeno è la modalità con frequenza più elevata.

La **mediana** è il valore che taglia in due parti uguali la distribuzione dei dati ordinati, cioè il termine preceduto e seguito dallo stesso numero di dati.

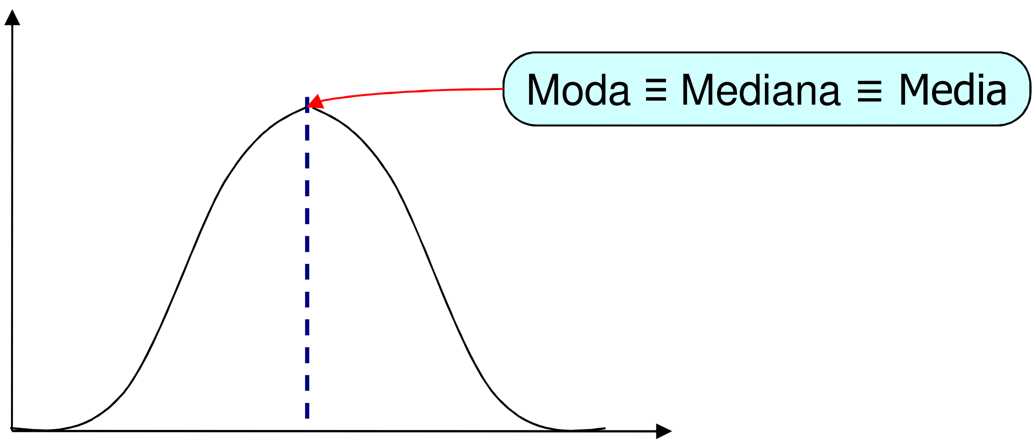
- se n è *dispari* il termine che occupa la posizione centrale $\frac{n+1}{2}$
- *se n è pari* abbiamo due valori mediani $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2}+1$

  e si usa la semisomma di $\frac{n}{2}$ e $\left(\frac{n}{2}+1\right)$

I **quartili** dividono la serie ordinata in quattro parti contenente ciascuna lo stesso numero di dati.



Asimmetria positiva *Asimmetria negativa*



Simmetria

Campo di variazione o range R di un insieme di valori osservati è la differenza fra il valore massimo e il valore minimo:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

1) dipende esclusivamente dai valori massimo e minimo registrati, senza considerare i valori intermedi;
2) su di esso influisce pesantemente la presenza anche di un solo valore anomalo

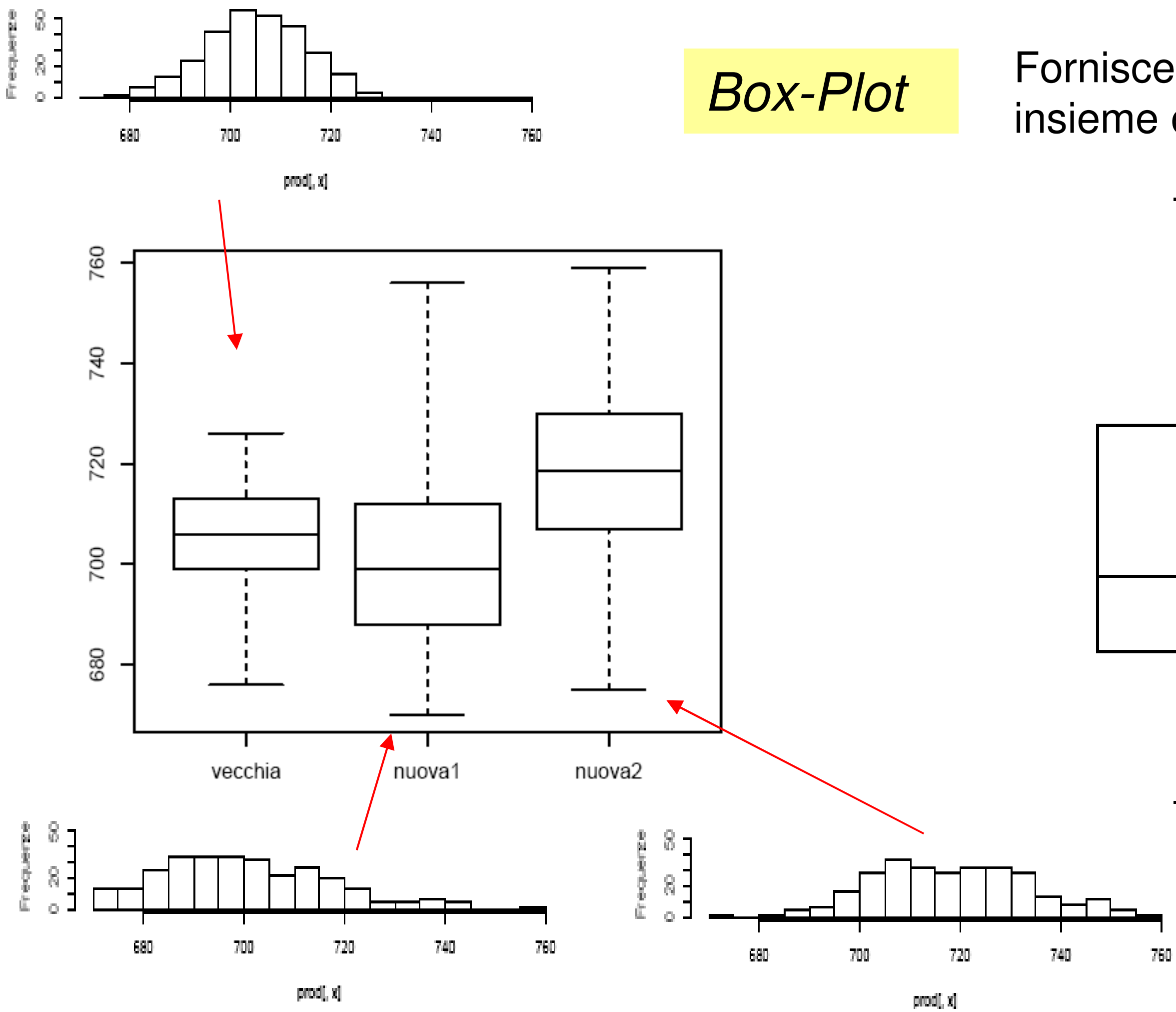
Varianza è la media aritmetica degli scarti dalla media al quadrato

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - M)^2 + (x_2 - M)^2 + \ldots + (x_n - M)^2}{n}$$

Lo Scarto Quadratico Medio o Deviazione Standard è la radice quadrata (positiva) della varianza

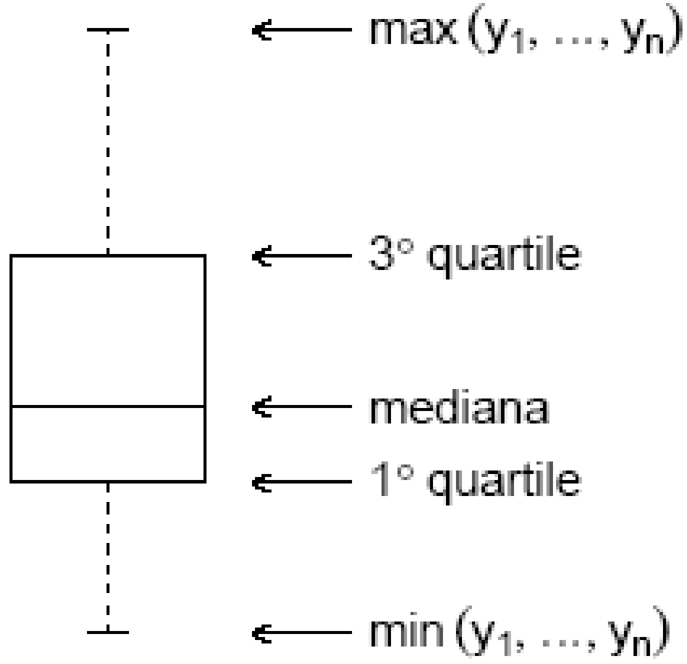
$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{(x_1 - M)^2 + (x_2 - M)^2 + \ldots + (x_n - M)^2}{n}}$$

Sintesi grafica dei dati



Box-Plot

Fornisce una idea schematica di un insieme di dati basata sui quantili.



STATISTICA INFERENZIALE

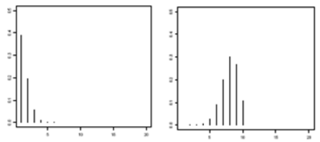
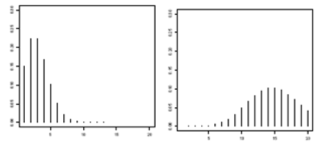
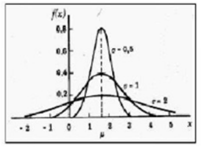
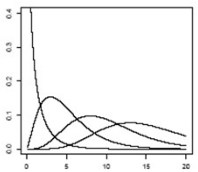
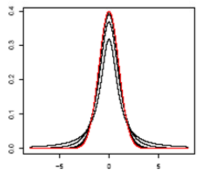
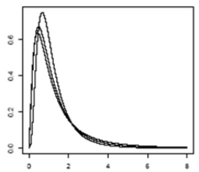
In genere non è possibile avere informazioni esaustive sulla popolazione

Quindi bisogna accontentarsi di stimare il comportamento della popolazione dalla sola conoscenza del comportamento di un campione

Necessità di un approccio matematico in relazione ai principali casi reali che possano emergere

Casi possibili	quanti difetti esistono?
	come si comporta la produzione?
	come si comporterà la produzione?
	che rischio si corre ad accettare un lotto senza conoscerlo compiutamente?

Principali distribuzioni

			Valore atteso	Varianza
Distribuzione Binomiale	$P(x) = \binom{n}{x} p^x \cdot (1-p)^{(n-x)}$		$E(X) = np$	$Var(X) = np(1-p)$
Distribuzione di Poisson	$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$		$E(X) = Var(X) = \lambda$	$E(X) = Var(X) = \lambda$
Distribuzione Normale o Gaussiana	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$ con $-\infty \leq x \leq \infty$		$E(X) = \mu$	$Var(X) = \sigma^2$
Chi-quadro	$X \sim \chi^2_n$ $X = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + \ldots + Z_n^2$ $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ variabili Gaussiane Standard Indipendenti		$E(X) = n$	$Var(X) = 2n$
T-Student	$T = \frac{Z}{\sqrt{C_n/n}}$		$E(X) = 0$	$Var(X) = \frac{n}{n-2}$
F-Fisher	$F = \frac{C_n/n}{C_m/m}$ C_m e C_n variabili aleatorie indipendenti		$P(F \geq F_{\alpha,n,m}) = \alpha$	

Principali distribuzioni:

Discrete:

Nome, simbolo, parametri	Funzione generatrice dei momenti $M(t) = \mathbb{E}\left[e^{tX}\right]$	Funzione caratteristica $H(t) = \mathbb{E}\left[e^{itX}\right]$
Bernoulli $X \sim \mathrm{Be}(p) = \mathcal{B}(1,p)$ $0 \le p = 1 - q \le 1$	$q + pe^t$	$q + pe^{it}$
binomiale $X \sim \mathcal{B}(n,p)$ $0 \le p = 1 - q \le 1,\ n = 1, 2, \ldots$	$\left(q + pe^t\right)^n$	$\left(q + pe^{it}\right)^n$
geometrica $X \sim \mathcal{G}(p) = \mathcal{B}(-1,p)$ $0 < p = 1 - q \le 1$	$\dfrac{p}{1 - qe^t}$	$\dfrac{p}{1 - qe^{it}}$
geometrica (traslata) $X - 1 \sim \mathcal{G}(p)$ $0 < p = 1 - q \le 1$	$\dfrac{pe^t}{1 - qe^t}$	$\dfrac{pe^{it}}{1 - qe^{it}}$
binomiale negativa $X \sim \mathcal{B}(-n,p)$ $0 < p = 1 - q \le 1,\ n = 1, 2, \ldots$	$\left(\dfrac{p}{1 - qe^t}\right)^n$	$\left(\dfrac{p}{1 - qe^{it}}\right)^n$
Poisson $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$ $\lambda > 0$	$\exp\left[\lambda\left(e^t - 1\right)\right]$	$\exp\left[\lambda\left(e^{it} - 1\right)\right]$
uniforme su $1, 2, \ldots, n$ $n \ge 1$ intero	$\dfrac{e^t\left(1 - e^{nt}\right)}{n\left(1 - e^t\right)}$	$\dfrac{e^{it}\left(1 - e^{int}\right)}{n\left(1 - e^{it}\right)}$

Continue:

Nome, simbolo, parametri	Densità di probabilità $f_X(x) = \dfrac{d}{dx}P[X \le x]$	Media	Varianza
uniforme $X \sim \mathcal{U}(a,b)$ $a < b$	$\dfrac{1}{b-a}$ $a < x < b$	$\dfrac{a+b}{2}$	$\dfrac{(b-a)^2}{12}$
beta $X \sim \beta(a,b)$ $a > 0,\ b > 0$	$\dfrac{1}{B(a,b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}$ $0 < x < 1$	$\dfrac{a}{a+b}$	$\dfrac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2}$
normale o gaussiana $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ $\mu \in \mathbb{R},\ \sigma > 0$	$\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\dfrac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$	μ	σ^2
t di Student $X \sim \mathcal{T}(k)$ $k > 0$	$\dfrac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)\sqrt{k\pi}} \dfrac{1}{\left(1 + \frac{x^2}{k}\right)^{(k+1)/2}}$	0 per $k > 1$	$\dfrac{k}{k-2}$ per $k > 2$
logonormale $\mu \in \mathbb{R},\ \sigma > 0$	$\dfrac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\dfrac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$ $x > 0$	$e^{\mu + \sigma^2/2}$	$e^{2\mu + \sigma^2}\left(e^{\sigma^2} - 1\right)$
esponenziale $X \sim \mathcal{E}(\lambda) = \Gamma(1, \lambda)$ $\lambda > 0$	$\lambda e^{-\lambda x}$ $x > 0$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$
gamma $X \sim \Gamma(r, \lambda)$ $r > 0,\ \lambda > 0$	$\dfrac{\lambda^r}{\Gamma(r)} x^{r-1} e^{-\lambda x}$ $x > 0$	r/λ	r/λ^2
chi-quadrato $X \sim \chi^2(k)$ $k \ge 1$, intero	$\chi^2(k) = \Gamma\left(\dfrac{k}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$	k	$2k$
F di Fisher $X \sim \mathcal{F}(m,n)$ $m, n \ge 1$, interi	$\dfrac{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(\frac{m}{n}\right)^{m/2} \times$ $\times \dfrac{x^{(m-2)/2}}{\left(1 + \frac{m}{n}x\right)^{(m+n)/2}}$ $x > 0$	$\dfrac{n}{n-2}$ per $n > 2$	$\dfrac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ per $n > 4$
Weibull $a > 0,\ b > 0$	$abx^{b-1} \exp\left(-ax^b\right)$ $x > 0$	$a^{-1/b} \times$ $\Gamma(1 + b^{-1})$	$a^{-2/b} \times$ $[\Gamma(1 + 2b^{-1}) -$ $\Gamma(1 + b^{-1})^2]$

Distribuzione binomiale

adatta per descrivere fenomeni discreti

applicazione: n° di difettosi in un lotto

$$P(k) = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\, p^{k}\, (1-p)^{n-k}$$

p -> difettosità della popolazione
k -> numero di difettosi riscontrati in n tentativi
n -> numero di tentativi

Media E[x] = np
Varianza Var[x] = np(1-p)

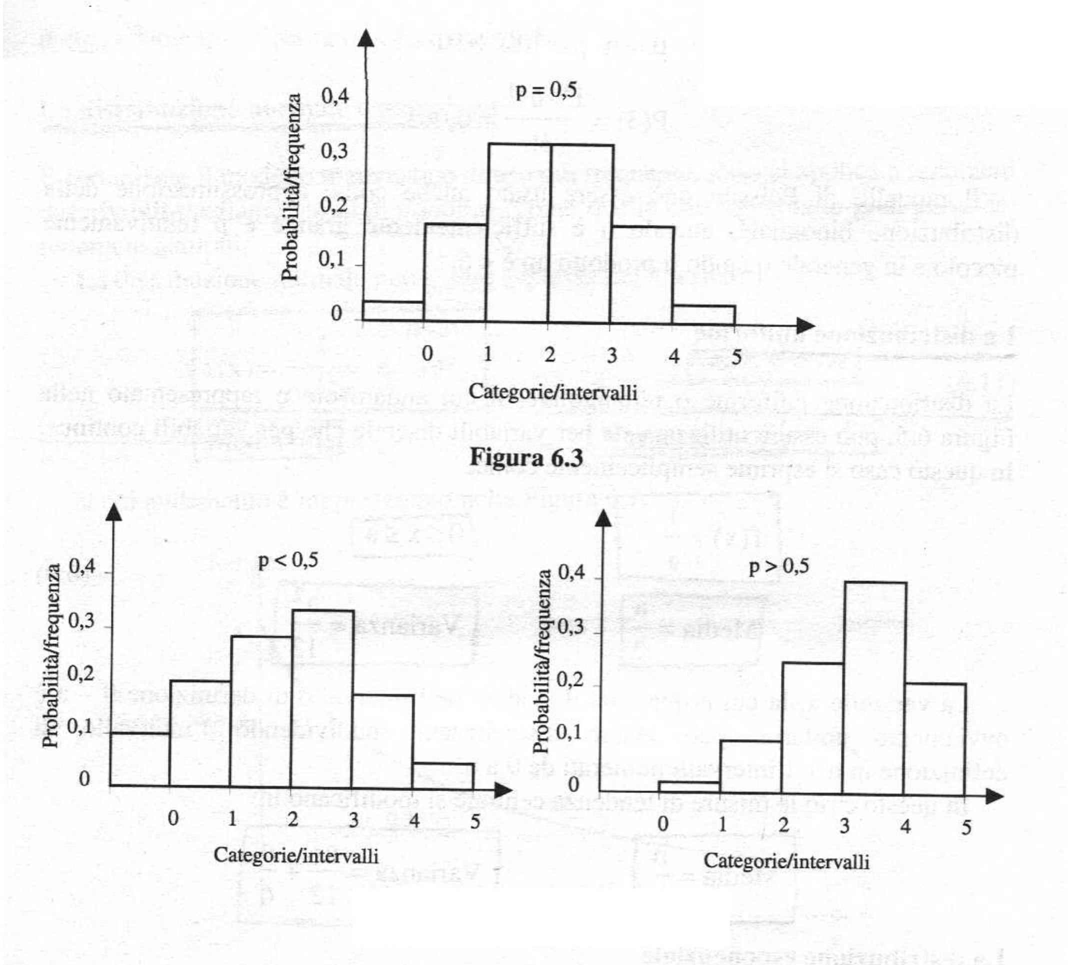


Figura 6.3

Distribuzione di Poisson

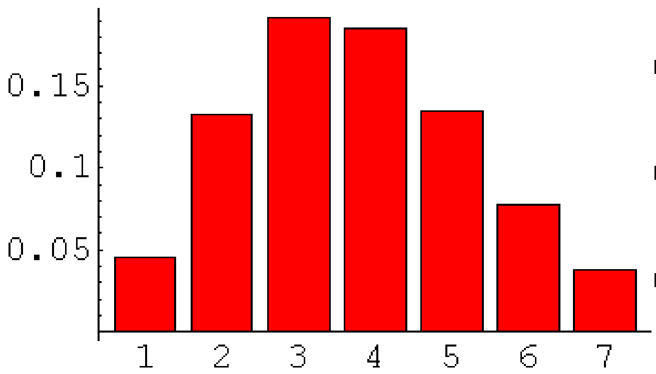
adatta per descrivere fenomeni discreti l'evento favorevole ha numerose occasioni per manifestarsi ma la probabilità è relativamente bassa

$$P(x) = \frac{\mu^x \cdot e^{-\mu}}{x!} \qquad 0 \leq x \leq \infty$$

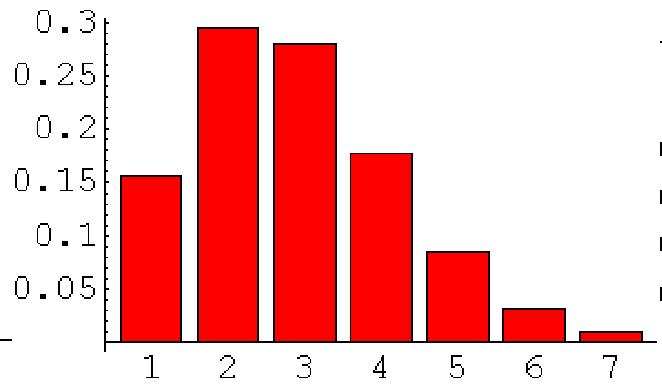
$$\text{Media} = \text{Varianza} = \mu$$

applicazione: n° difetti in un lotto

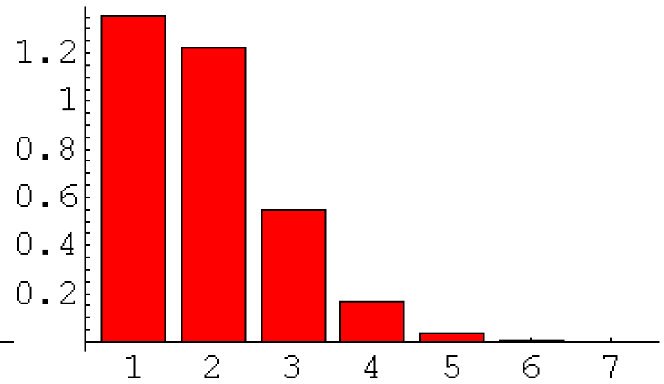
$\sigma = 2.9$



$\sigma = 1.9$



$\sigma = 0.9$



Distribuzione Normale o Gaussiana

Molto usata

Fenomeni descrivibili
mediante variabili continue

Applicazione: misura di un diametro tornito

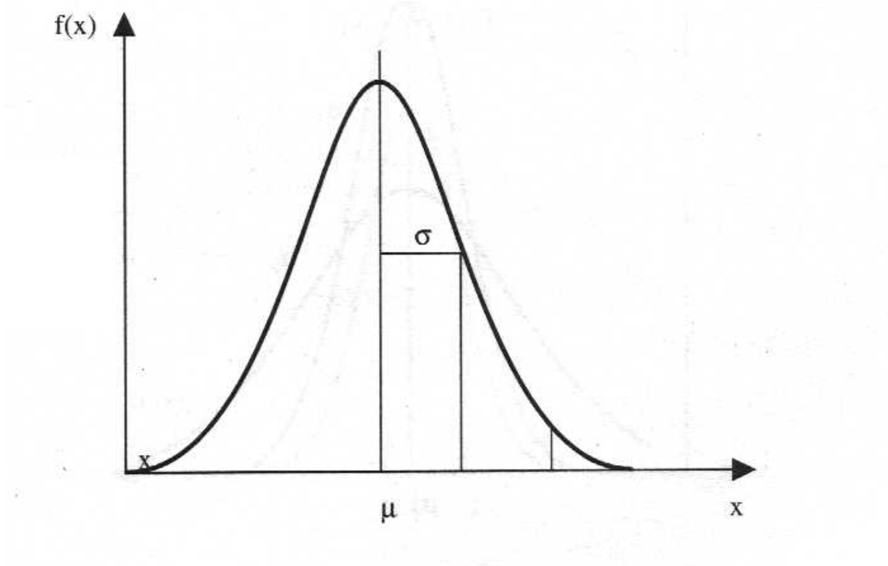
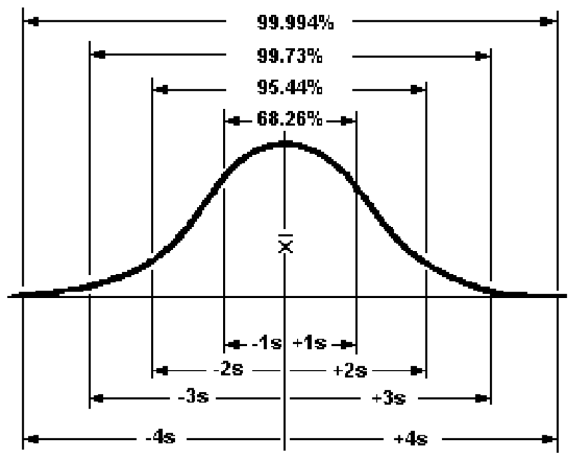


Figura 6.7

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \, SRQ(2\pi)} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

μ -> media
σ -> deviazione standard

σ = 68.27%
2 σ = 95.45%
3 σ = 99.73%
4 σ ≈ 100%

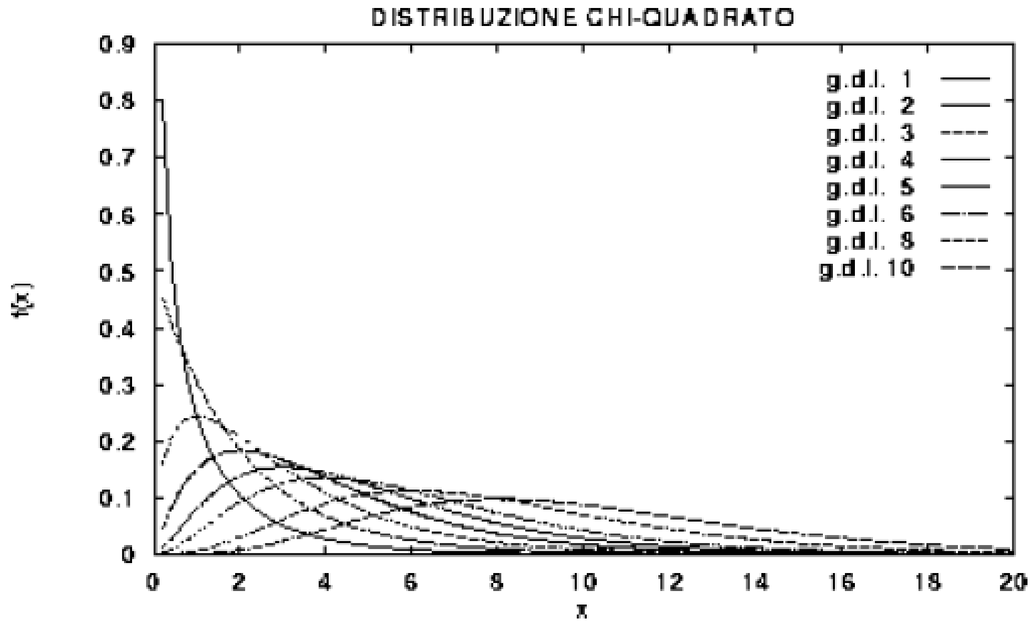


Distribuzione chi quadro

Viene utilizzata nel test del chi quadro per il confronto tra 2 o più distribuzioni osservate

$$\chi^2_{n1+n2+n3} = \chi^2_{n1} + \chi^2_{n2} + \chi^3_{n3}$$

Date n variabili casuali indipendenti x_1, x_2, …, x_n, normalmente distribuite con $\mu = 0$ e $\sigma = 1$, il χ^2 è una variabile casuale data dalla somma dei loro quadrati.



$$f(x) = K \cdot x^{(\nu/2)-1} \exp(-x/2)$$

dove $\nu = 1, 2, \ldots$ $\quad \mathbf{K} = 2^{-\nu/2} / \Gamma(\nu/2)$

$$E(X) = \mu \qquad E(X - \mu)^2 = \sigma^2$$

Distribuzione T-Student

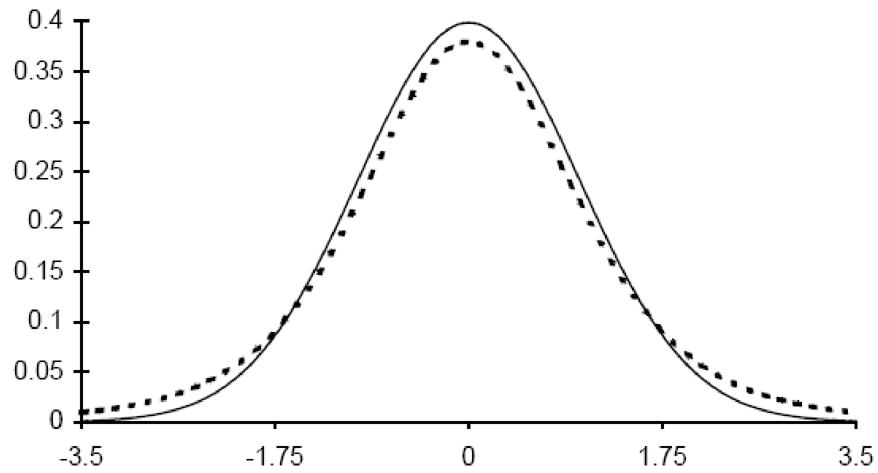
Il test omologo permette il confronto fra due campioni distribuiti normalmente valutando le differenze fra le medie

Se una serie di medie campionarie è tratta da una distribuzione normale ridotta ($\mu = 0$, $\sigma = 1$) e la varianza del campione è s^2, con distribuzione χ^2 e ν gdl, è possibile derivare la v.c. t di Student, tramite la relazione

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{\nu}}}$$

dove i gdl ν corrispondono a N –1, con N uguale al numero totale di dati.

Per ν che tende all'infinito, la curva tende alla normale.



Densità di probabilità della v.c. t di Student con gdl 5 (linea tratteggiata) e la distribuzione normale corrispondente, con stessa media e stessa varianza (linea continua).

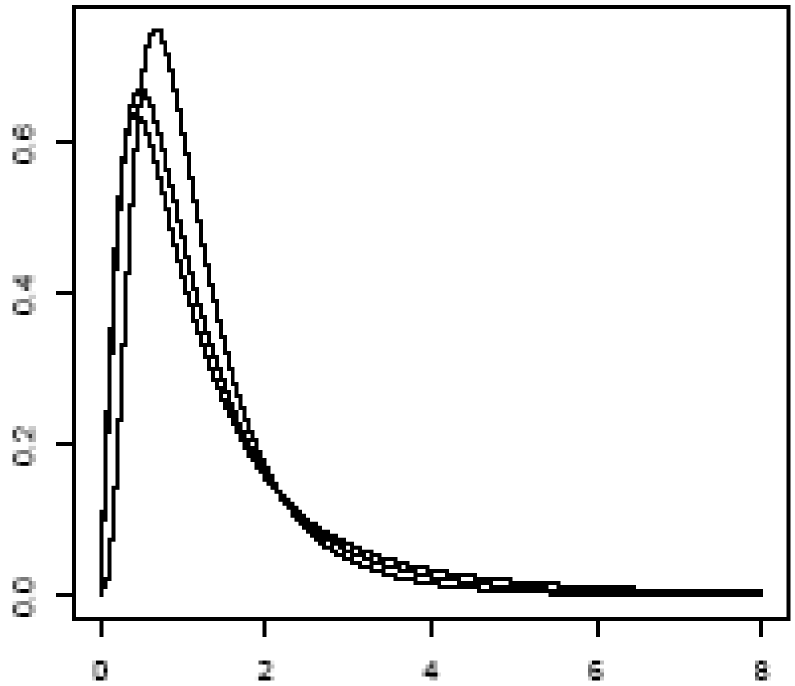
Distribuzione di Fisher

Distribuzione del rapporto di 2 variabili casuali chi-quadrato indipendenti (A e B), divise per i rispettivi gradi di libertà (m e n).

$$F = (A/m) \,/\, (B/n)$$

$$f(F) = f_0\left(\nu_2 F^{\frac{\nu 1}{2}-1} + \nu_1 F^{-\frac{\nu 2}{2}-1}\right)$$

F è definito tra 0 e $+\infty$.



TEOREMA DEL LIMITE CENTRALE: la forma della distribuzione campionaria tende a quella della popolazione al tendere del numero degli elementi del campione all'infinito

$$\overline{X}_n \approx \mathcal{N}\left(m, \frac{s^2}{n}\right)$$

TEOREMA DELLE MEDIE: estraendo un campione di numerosità n da una popolazione di valor medio μ e varianza σ^2 risulta:

$$\mu = \overline{\overline{X}} \qquad s_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{n}$$

Il Teorema del Limite Centrale

Sia X_n una successione di variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite, proveniente da una popolazione X dotata di media e di varianza:

$$E[X] = m \qquad\qquad Var[X] = s^2$$

<u>Qualsiasi sia la distribuzione della X</u>, si ha che per $n \to \infty$ la distribuzione della media campionaria converge ad una distribuzione gaussiana, avente per media e per varianza proprio la media e la varianza della popolazione:

$$\overline{X}_n \approx \mathcal{N}\left(m, \frac{s^2}{n}\right) \qquad\qquad \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n - n \cdot m}{s \cdot \sqrt{n}} \approx \mathcal{N}(0,1)$$

Test statistici

Aiutano a verificare la bontà dell'inferenza, cioè se l'ipotesi è corretta

Gli errori che si possono commettere sono:
Errore del I tipo: rifiutare l' ipotesi quando essa è vera, detto anche "*livello di significatività*" α (rischio del produttore),
Errore del II tipo: accettare l' ipotesi quando essa è falsa, indicato con β (rischio del consumatore).
Questi errori vengono definiti in termini di probabilità e possono essere stabiliti a priori.

Il problema statistico è di poter dedurre scientificamente ed in modo universalmente accettato
- se le differenze sono trascurabili e quindi probabilmente dovute solo al caso,
- se sono di dimensioni tali da fare più ragionevolmente supporre una distribuzione realmente diversa da quella attesa.

La prima asserzione, quella della casualità dell'evento, è chiamata ipotesi nulla e viene indicata con H_0.
La seconda, quella dell'esistenza di una differenza reale anche se le cause sono ignote, è chiamata ipotesi alternativa e viene indicata con H_1 oppure con H_A.
La scelta tra le due ipotesi avviene sulla base della probabilità stimata con il test. Essa è la probabilità di trovare per caso la distribuzione osservata o una distribuzione che si allontani ancor più da quella attesa, nella condizione che l'ipotesi nulla sia vera. Se la probabilità calcolata è piccola, la logica dell'inferenza statistica rifiuta l'ipotesi nulla, accettando implicitamente l'ipotesi alternativa. Tuttavia si riconosce che è possibile errare in questa scelta; ma con una probabilità definita, non superiore a quella calcolata con il test.

Fasi del procedimento logico per l'applicazione dei test statistici:

1 - stabilire l'ipotesi nulla (H_0) e l'eventuale ipotesi alternativa (H_1);
2 - scegliere il test più appropriato per saggiare l'ipotesi nulla H_0;
3 - specificare il livello di significatività (indicato con α), l'ampiezza del campione e i gradi di libertà;
4 - trovare la distribuzione di campionamento del test statistico nell'ipotesi nulla H_0, di norma fornita da tabelle;
5 - stabilire la zona di rifiuto (di norma sarà fissata al 5%);
6 - calcolare il valore del test statistico sulla base dei dati sperimentali, stimando la probabilità P ad esso associata;
7 - sulla base della probabilità, trarre le conclusioni:
- se la probabilità P calcolata risulta superiore a quella α prefissata, concludere che non è possibile rifiutare l'ipotesi nulla H_0;
- se la probabilità P calcolata risulta inferiore a quella α prefissata, rifiutare l'ipotesi nulla e quindi implicitamente accettare l'ipotesi alternativa H_1.

CONTROLLO STATISTICO DI PROCESSO

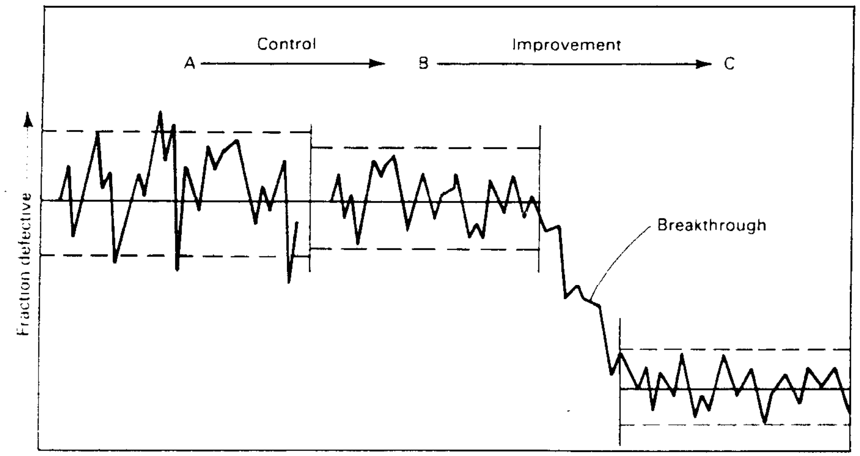
Broadly speaking, the object of industry is to set up economic ways and means of satisfying human wants[1] and in so doing to reduce everything possible to routines requiring a minimum amount of hurnan effort[2]. Through the use of the scientiflc method extended to take account of modern statistical concepts, it has been found possibIe to set up limits[3] within which the results of routine efforts must lie if they are to be economical. Deviations[4] in the results of a routine process outside such limits indicate that the routine has broken down and will no longer be economical until the cause of trouble is removed[5] (Dr. W. Shewart)

Fattori:
1 focalizzarsi sul processo
2 economia
3 limiti
4 deviazioni dai limiti
5 trovare e rimuovere le cause

NB: manca ogni riferimento al prodotto

Cosa vuol dire controllo statistico di processo?

In genere non è un miglioramento del processo ma piuttosto permette di individuare e eventualmente rettificare una situazione negativa e quindi riportare il processo nelle condizioni in cui avrebbe dovuto trovarsi secondo il progetto. In un secondo tempo è possibile anche identificare cause croniche di problemi e quindi rimuoverle, raggiungendo quindi un miglioramento complessivo del processo.



Impact of having process initially in a state of statistical control versus improvement resulting from a breakthrough in performance

Si può dire che un processo sia sotto controllo quando, basandosi sull'esperienza precedente, si può prevedere, almeno entro certi limiti, come il fenomeno si comporterà nel futuro

Le carte di controllo

Utensile per suggerire una base economica per prendere decisioni se
- cercare i problemi
- aggiustare il processo
- lasciare le cose come stanno

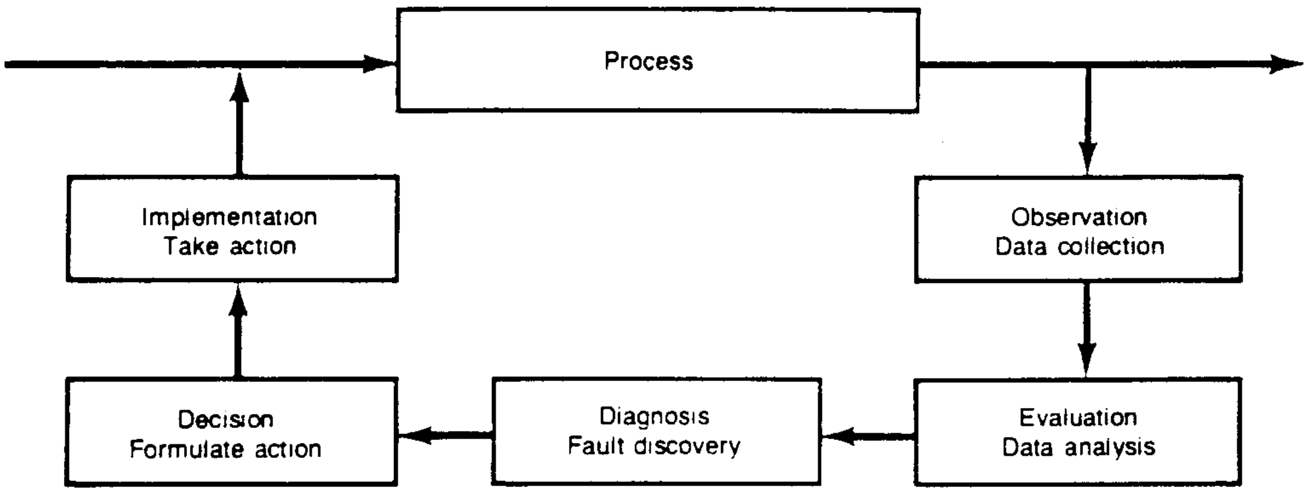
azioni on line

Mezzo per assistere nell'identificazione di
- cause croniche o sporadiche di difetti
- opportunità di miglioramento
- azioni correttive e di miglioramento

azioni off line

On line: - l'operatore può prendere decisioni solo se esistono cause speciali di errore identificabili con l'esperienza e con la lettura delle carte di controllo
- se il processo è sotto controllo, allora il meglio che può fare l'operatore è non fare niente

Off line: - controllo in feedback



Classical feedback control system view of statistical process control implementation

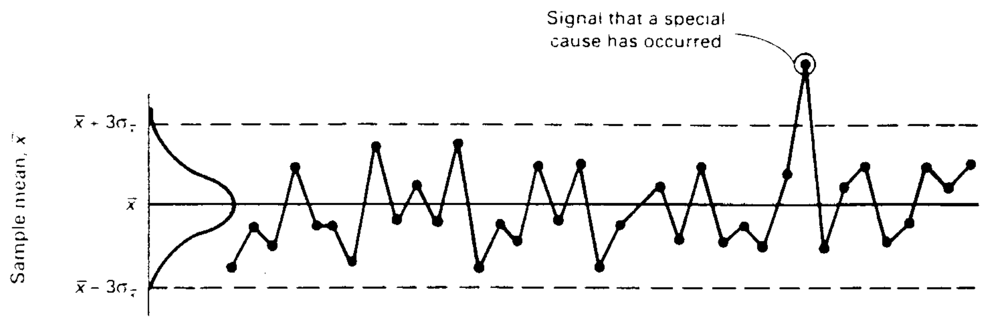
Tipi di carte di controllo

grandezze misurate
- media
- range

attributi

Carte $\overline{x}$ R — Ogni singola informazione viene analizzata e ritenuta 'non colpevole' a meno che la presenza di una causa speciale di errore non sia evidente

Quando il processo è sotto controllo statistico, cioè la distribuzione del campione segue una distribuzione normale, tutte le medie giacciono all'interno di $\pm$ 3 σ. Infatti, la probabilità che un dato sia al di fuori di questo intervallo è così piccola (27/10000) che, se capita, allora dimostra che qualcosa di speciale è avvenuto



Use of probabilistic limits to identify unusual process behavior over a period of time

Identificazione di valori limite

UCL upper control limit
LCL lower control limit

problema economico

se stretti, grande probabilità di falsi allarmi
se larghi, rischio di non individuare un difetto

la scelta dettata dall’esperienza ha suggerito $\pm 3\ \sigma$

inoltre, l’analisi della carta della media non permette di evidenziare cosa è successo per i singoli campioni

---> Carta del range analizza la distribuzione dei valori all’interno di un singolo campione
ipotesi che anche i campioni siano distribuiti normalmente

Costruzione delle carte di controllo

1) selezione dei campioni

i campioni devono essere razionali
cioè variazioni all'interno del campione
sono dovute a cause normali

→ evitare

- campionamenti da macchine diverse
- misure lontane nel tempo
- misure derivanti da differenti metodi

2) numero campioni

circa 25-50 campioni devono essere presi per cominciare la costruzione delle carte di controllo

Si hanno quindi

k campioni
n dati ognuno

3) dimensioni del campione

circa 3-6 misure ogni campione

Procedura

1) calcolare la media ed il range del campione

$x_m = \Sigma x/n$

$R = x_{max} - x_{min}$

2) calcolare la media delle medie e la media del range

$x_{mm} = \Sigma x_m / k$

$R_m = \Sigma R / k$

3) calcolare i limiti di controllo per il range usando i valori D_3 e D_4 della Tabella 1

$UCL_R = D_4 R_m$

$LCL_R = D_3 R_m$

4) calcolare i limiti di controllo per la media usando il valore A_2 della Tabella 1

$UCL_x = x_{mm} + A_2 R_m$

$LCL_x = x_{mm} - A_2 R_m$

Table 1 Factors for $\bar{x}$ and R control chart limits

Sample size, n	Factors for control limits: $\bar{x}$-chart A_2	R-chart D_3	R-chart D_4	Factor for calculating σ_x from range, R d_2
2	1.880	0	3.267	1.128
3	1.023	0	2.573	1.693
4	0.729	0	2.282	2.059
5	$\boxed{0.577}$	0	$\boxed{2.114}$	2.326
6	0.483	0	2.004	2.534
7	0.419	0.076	1.924	2.704
8	0.373	0.136	1.864	2.847
9	0.337	0.184	1.816	2.970
10	0.308	0.223	1.777	3.078
11	0.285	0.256	1.744	3.173
12	0.266	0.283	1.717	3.258
13	0.249	0.307	1.693	3.336
14	0.235	0.328	1.672	3.407
15	3.472	0.223	0.347	1.653
16	0.212	0.363	1.637	3.532
17	0.203	0.378	1.622	3.588
18	0.194	0.391	1.608	3.640
19	0.187	0.403	1.597	3.699
20	0.180	0.415	1.585	3.735

Esempio

Il diametro dei cilindri di un MCI
è stato misurato dopo un'operazione
di alesatura, ogni 30 minuti
Sono state effettuate 5 misure
su 20 campioni
I dati sono raccolti in Tabella 2

$UCL_R = D_4 R_m = 8.5 \times 2.11 = 17.395$
$LCL_R = D_3 R_m = 8.5 \times 0 = 0$

$UCL_x = x_{mm} + A_2 R_m = 200.62 + 0.58 \times 8.5$
$= 205.55$
$LCL_x = x_{mm} - A_2 R_m = 200.62 - 0.58 \times 8.5$
$= 195.69$

Table 2 $\bar{x}$ and R control chart engine block cylinder boring process data

Sample number, k	Individual measurements, x(a)(b) 1	2	3	4	5	$\bar{x}$(b)	R(b)
1	205	202	204	209	205	205	7
2	202	196	201	198	202	199.8	6
3	201	202	199	197	196	199	6
4	205	203	196	201	197	200.4	9
5	199	196	201	200	195	198.2	6
6	203	198	192	217	196	201.2	25
7	202	202	198	203	202	201.4	5
8	197	196	196	200	204	198.6	8
9	199	200	204	196	202	200.2	8
10	202	196	204	195	197	198.8	9
11	206	204	202	210	205	205.4	8
12	200	201	199	200	201	200.2	2
13	205	196	201	197	198	199.4	9
14	202	199	200	198	200	199.8	4
15	200	200	201	205	201	201.4	5
16	201	187	209	202	200	199.8	22
17	202	202	204	198	203	201.8	6
18	201	198	204	201	201	201	6
19	207	206	194	197	201	201	13
20	200	204	198	199	199	200	6

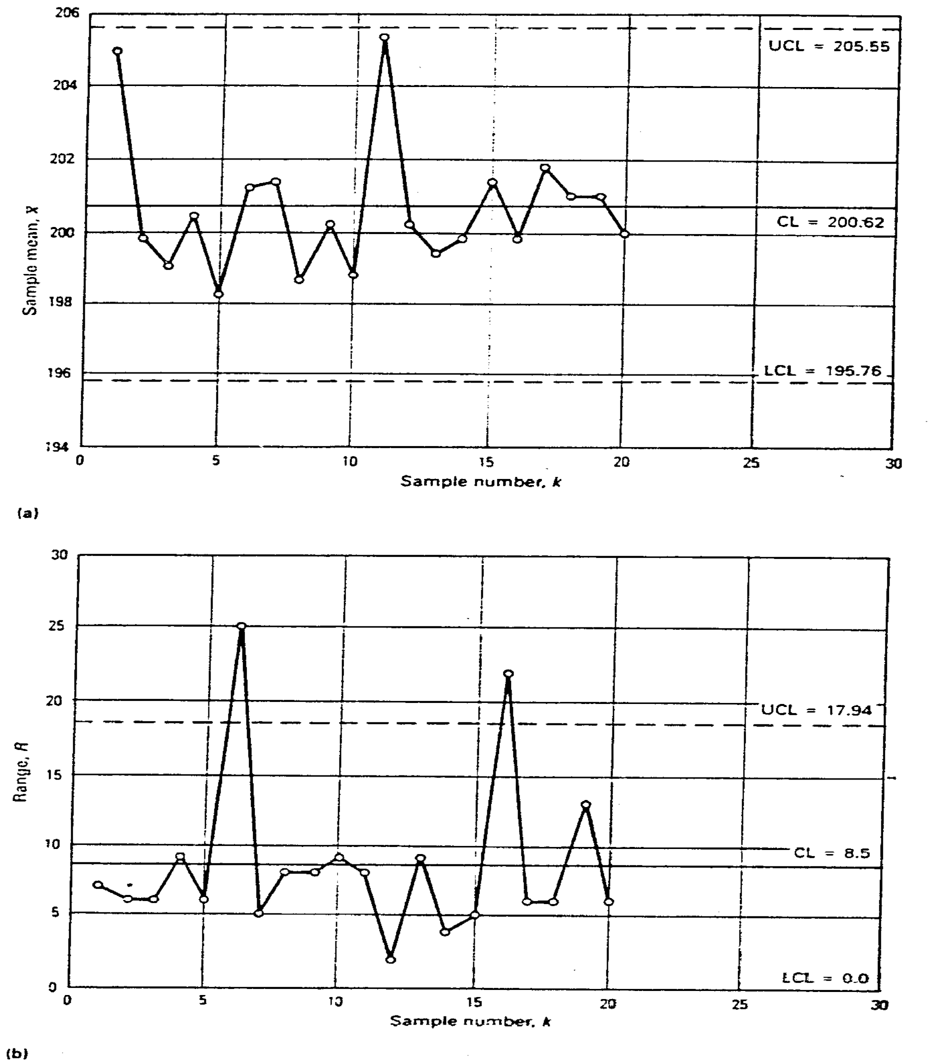
(a) Sample/subgroup size, $n = 5$. (b) Although actual cylinder bore data ranged from 3.5187 to 3.5217 in., only the last three digits in the measurement for x, $\bar{x}$, and R are used.

Tracciamento grafico delle carte

si deve analizzare e tenere
sotto controllo prima la R
da cui dipende la x

Osservazione:
Nella carta R ci sono due punti fuori dei limiti

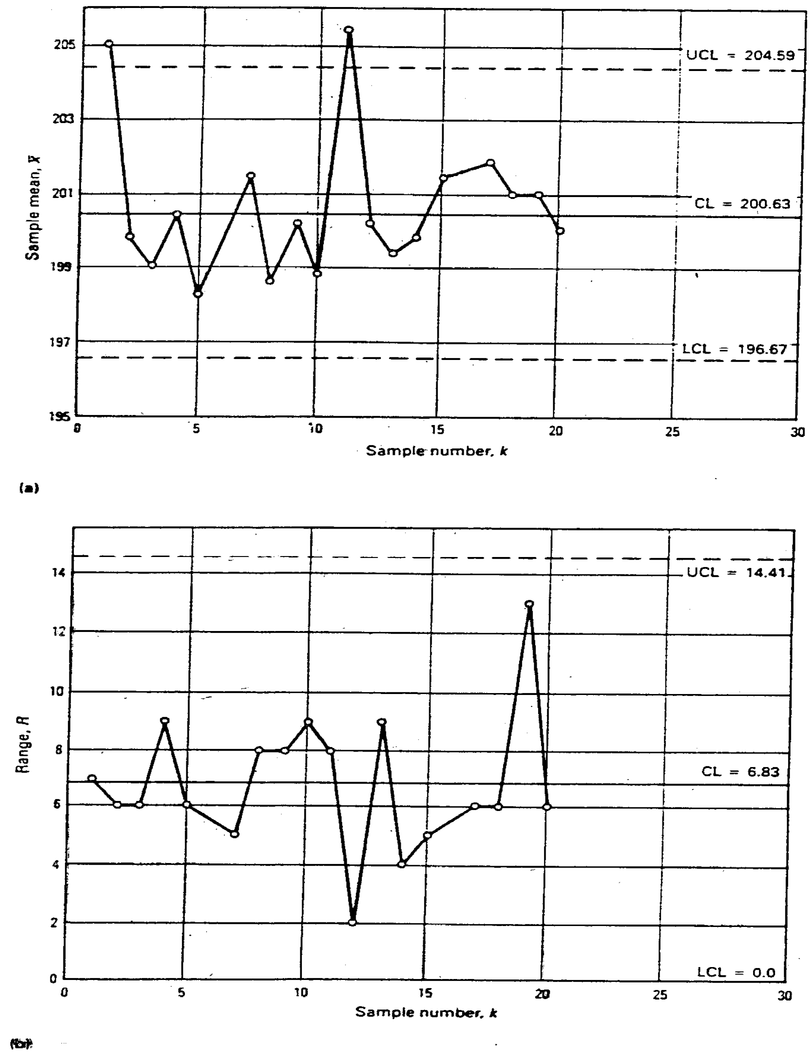
Analisi:
Il responsabile addetto era assente
ed era sostituito da un operatore meno abile
se questa, come è, è una causa speciale di
errore, identificata, allora possiamo rimuovere
i dati relativi e fare un nuovo calcolo dei limiti



Control charts for inside diameter measurements of engine block cylinder bores in Table 2. (a) $\bar{x}$-chart. (b) R-chart. Data are for $k = 20$, $n = 5$.

Tracciamento grafico delle carte corrette

analisi
la carta R sembra corretta
la carta x, con i nuovi limiti, presenta due punti al di fuori dei limiti; questi punti sono relativi alle 8:00 e alle 13:00, cioè in corrispondenza all'avvio dell'alesatrice per il turno mattutino e dopo la pausa pranzo; in tutti e due i casi, i dati derivavano da misure effettuate all'inizio della lavorazione, entro i primi 10 minuti;
si stabilisce quindi di non avviare la produzione se non dopo 10 minuti dall'accensione dell'alesatrice

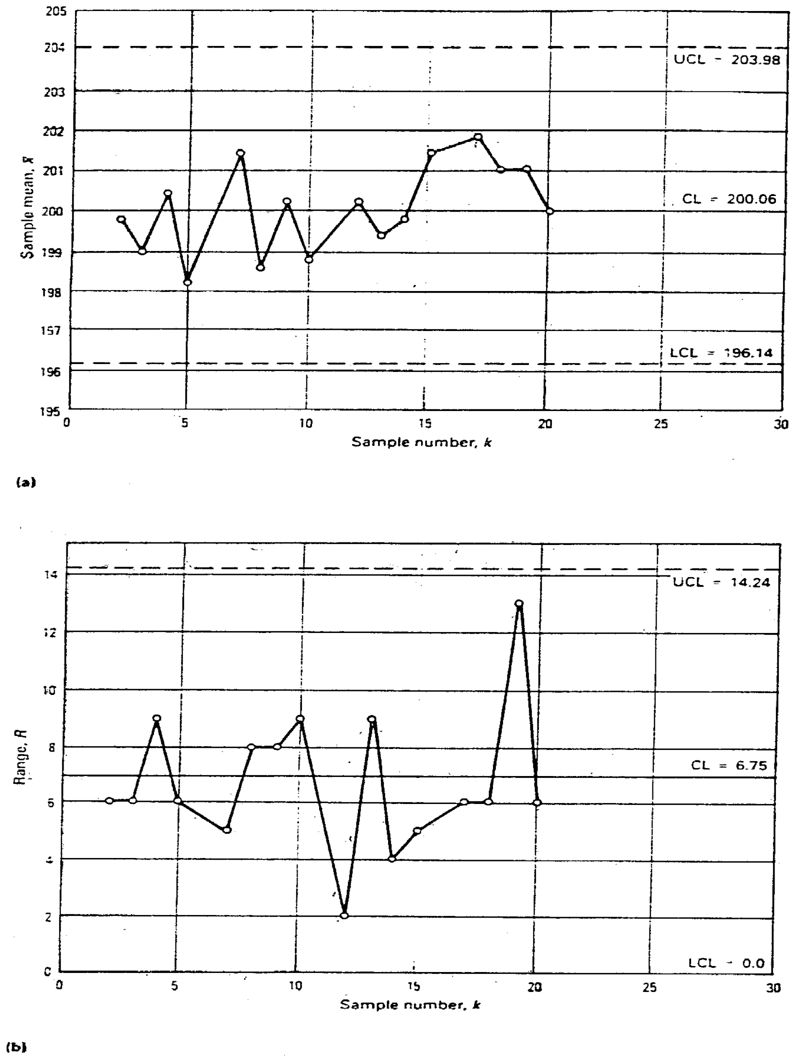


Revised control charts for Table 2 data with sample 6 and sample 16 data eliminated (both have R values above UCL in Fig. 15) because they are sources of excess process variability. (a) $\bar{x}$–chart. (b) R-chart. Data now have $k = 18$, $n = 5$.

Tracciamento grafico delle carte ulteriormente corrette

con l'individuazione di un'ulteriore causa speciale di errore, adesso si può ritenere il processo sotto controllo statistico

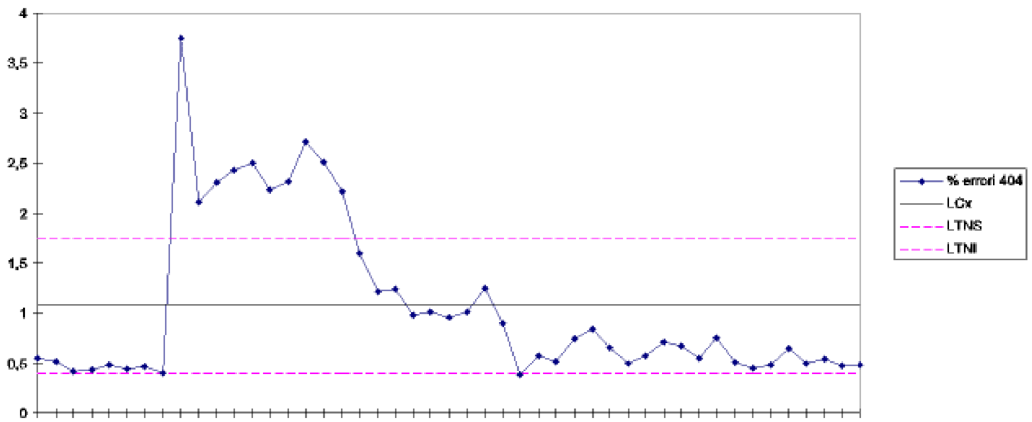
commenti:
- importanza di controllare insieme le due carte
- importanza di avere almeno 25 gruppi di campioni: infatti, dopo l'eliminazione di 4 dati, adesso abbiamo solo 16 campioni



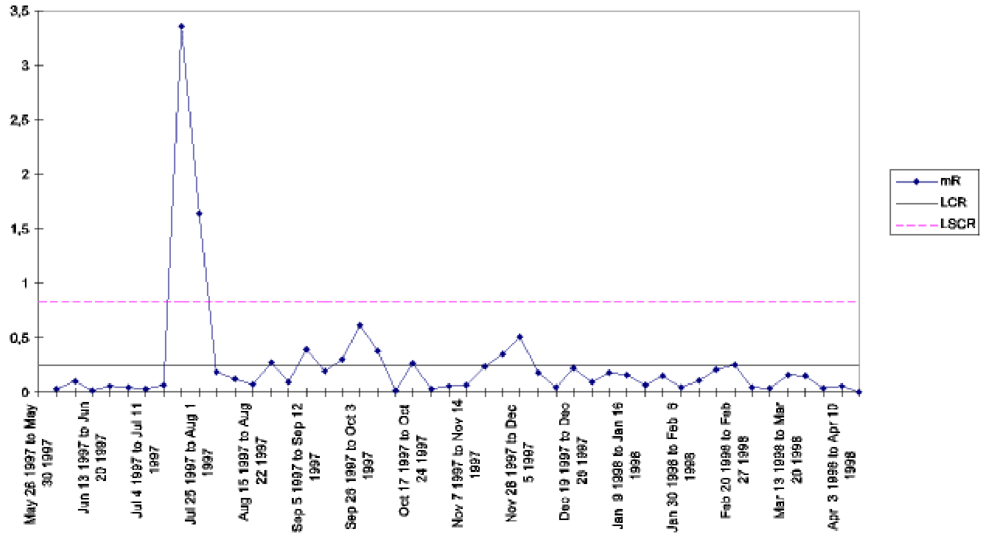
Second revision control charts for Table 2 data with two more sample deletions (samples 1 and 11, both of which exceed UCL in Fig. 16) resulting from workpieces produced prior to machine being properly warmed up. (a) $\bar{x}$-chart. (b) R-chart. Data now have $k = 16$, $n = 5$.
pochi

Errore 404!!

Carta di controllo per i valori percentuali dell'errore 404



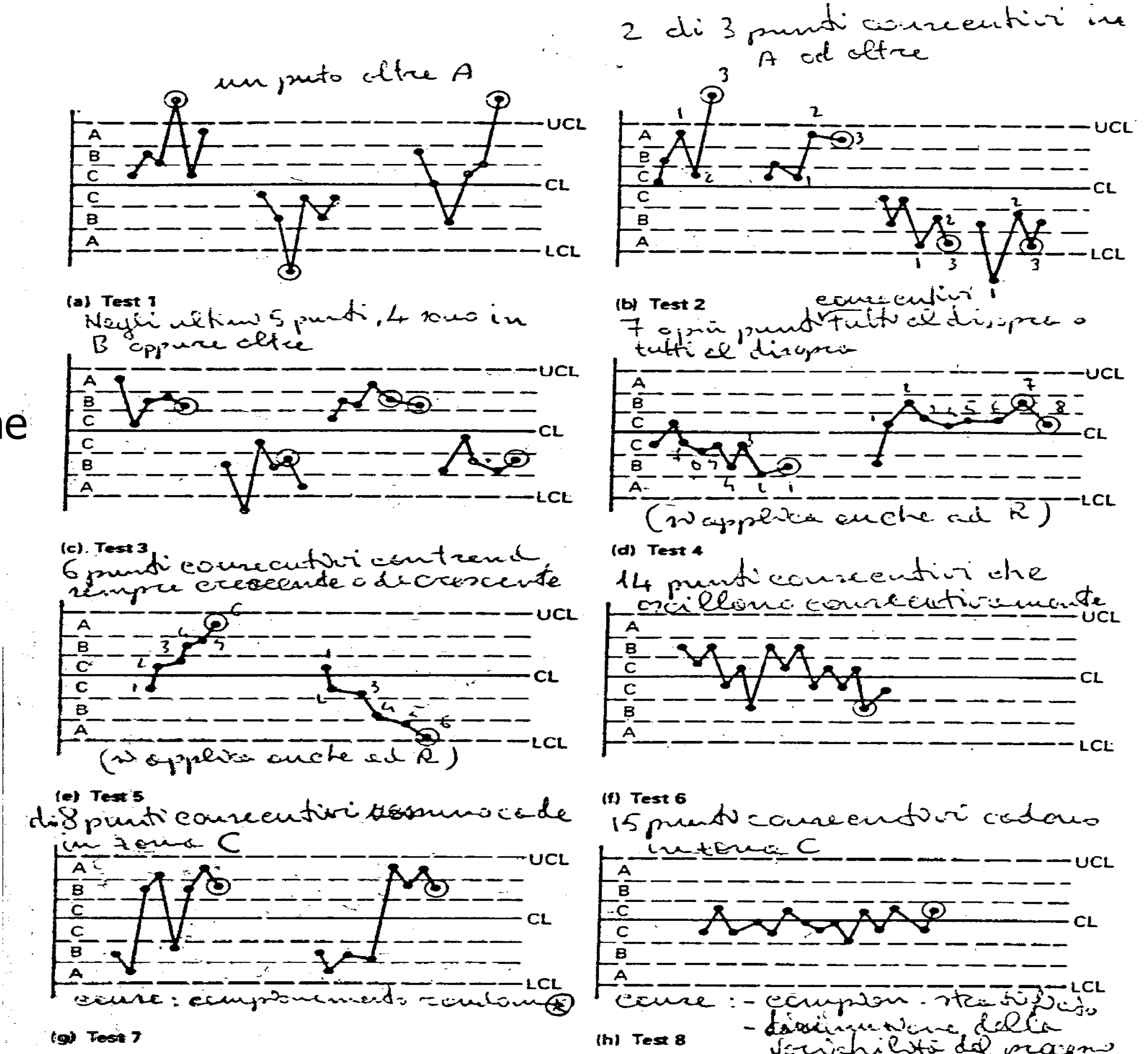
Carta di controllo per i range dei valori percentuali dell'errore 404



Criteri di fuori controllo

Non è importante solo il singolo dato, eventualmente fuori controllo, ma anche le sequenze di dati all'interno di certe zone

-> anticipare derive



Pattern analysis of $\bar{x}$-charts. Circled points indicate last point in a sequence of points on a chart that violates a specific rule.

Analisi di dati individuali

A volte non è possibile prelevare campioni per il semplice fatto che spesso una misura non è ripetibile, per esempio perché tale grandezza varia velocemente nel tempo

Allora si utilizza come valore medio il valore stesso della misura e come range, il range di un certo numero di misure prima e dopo in genere 3, che quindi porta a n = 3

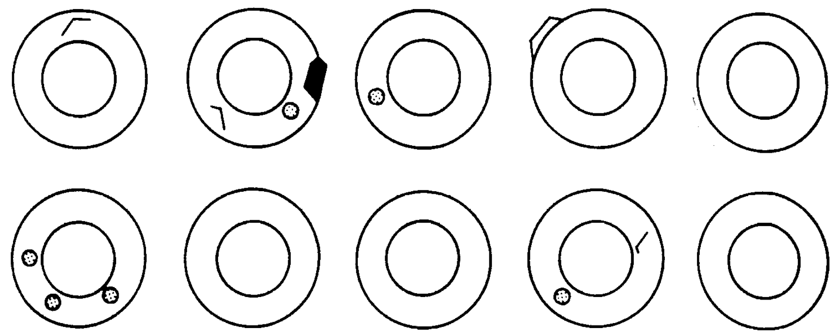
Si possono quindi costruire le carte x e R allo stesso modo precedentemente esposto

Carte per attributi

A volte non è possibile misurare una certa grandezza ma è solo possibile dare un giudizio su di essa, ad esempio, presenza oppure assenza di difetti nelle rondelle prodotte

definizioni
- numero di campioni n
- difettoso
- numero di difetti c (anche maggiore del numero di campioni)
- numero di difettosi d
- percentuale di difettosi $p = d / n$
- numero di difetti per unità $u = c / n$

si possono quindi costruire le p-chart, c-chart, u-chart



3 cracks	Number of defects = 11
6 holes	Number of defectives = 6
1 flash	Fraction defective = 6/10 = 0.6
1 gate breakout	Number of defects/unit = 11/10 = 1.1

Analysis of four basic measures of attribute quality characterization used to illustrate the typical defects present in the engine valve seat blank shown in Fig. 28. Out of ten samples tested, four had no defects, three had single defects, and three had multiple defects.

p-chart

campionamento di n pezzi e determinazione dei difetti,
quindi determinazione del numero dei difettosi d e la percentuale di difettosi
$p = d / n$
si ripete per k gruppi e si calcola la media delle percentuali di difettosi
$p_m = \Sigma p_i / k$
oppure
$p_m = \Sigma d_i / \Sigma n_i$
si dimostra che il numero di difettosi d in un campione n
segue una distribuzione binomiale
allora si possono determinare i limiti di controllo secondo la
$UCL_p = p_m + 3 \text{ SQR } [p_m (1 - p_m) / n)]$
$LCL_p = p_m - 3 \text{ SQR } [p_m (1 - p_m) / n)]$
quindi si costruisce la carta

Esempio
p-chart per l'assemblaggio di un carburatore
n = 100 , k = 35
dati in Tabella 4

$p_m = \Sigma\, d_i \,/\, \Sigma\, n_i = 73 / 3500 = 0.02086$

$\sigma = SQR\, [p_m\, (1 - p_m) / n)] =$

$= SQR\, [0.02086\, (1 - 0.02086)/100)] =$

$= 0.01429$

$UCL_p = p_m + 3\, SQR\, [p_m\, (1 - p_m) / n)]$

$= 0{,}02086 + 3 \times 0.01429$

$= 0{,}06373$

$LCL_p = p_m - 3\, SQR\, [p_m\, (1 - p_m) / n)]$

$= -0.02201$

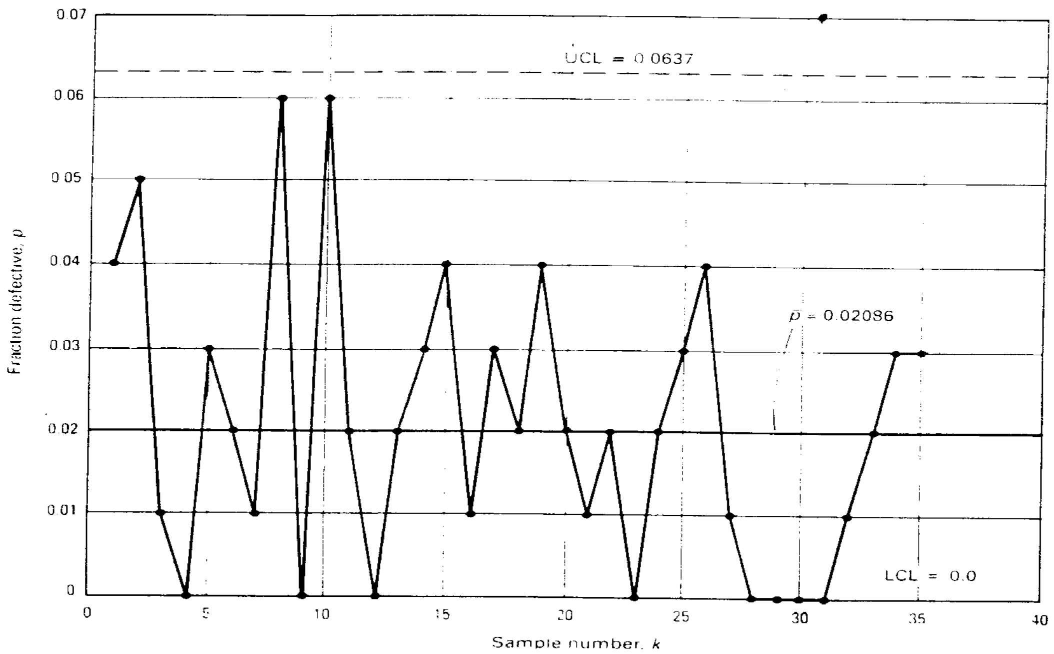
quindi si costruisce la carta

il sistema funziona al 2% di difettosità,
sotto controllo statistico

Table 4 ***p*-chart data for carburetor assembly of Example 3**

Sample, k(a)	d	p	Sample, k(a)	d	p
1	4	0.04	19	4	0.04
2	5	0.05	20	2	0.02
3	1	0.01	21	1	0.01
4	0	0.00	22	2	0.02
5	3	0.03	23	0	0.00
6	2	0.02	24	2	0.02
7	1	0.01	25	3	0.03
8	6	0.06	26	4	0.04
9	0	0.00	27	1	0.01
10	6	0.06	28	0	0.00
11	2	0.02	29	0	0.00
12	0	0.00	30	0	0.00
13	2	0.02	31	0	0.00
14	3	0.03	32	1	0.01
15	4	0.04	33	2	0.02
16	1	0.01	34	3	0.03
17	3	0.03	35	3	0.03
18	2	0.02			

(a) $n = 100$



p control chart obtained for the evaluation of the carburetor assembly data in Table 4. Data are for $k = 35$, $n = 100$.

Esempio c-chart per fili elettrici con isolamento di plastica

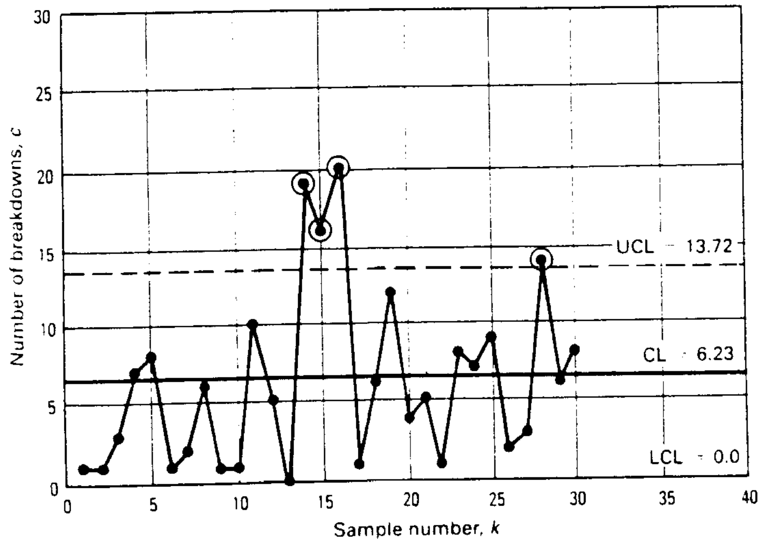
- caratteristica da osservare: numero di rotture dell'isolamento per unità di lunghezza di filo (0,1,2,….z)
- è bene scegliere la lunghezza unitaria in modo da avere almeno 1-2 eventi per unità di lunghezza, quindi né troppo lunga, né troppo corta, ad esempio 1000 ft
- in molte applicazioni il valore medio può essere stimato dal numero medio di difetti per campione

c_m = numero totale di rotture / numero di campioni
= 187 / 30 = 6.23
$UCL_p = c_m + 3\ SQR(c_m)$ (distribuzione di Poisson $c_m = \sigma$)
= 6.23 + 3 x SQR(6.23) = 13.72
$LCL_{cm} = 0$
- quindi si costruisce la carta

la carta mostra la presenza di cause speciali di errore

Table 5 *c*-chart data for plastic-insulated wire of Example 4

Sample number, *k*	Number of breakdowns	Sample number, *k*	Number of breakdowns
1	1	16	20
2	1	17	1
3	3	18	6
4	7	19	12
5	8	20	4
6	1	21	5
7	2	22	1
8	6	23	8
9	1	24	7
10	1	25	9
11	10	26	2
12	5	27	3
13	0	28	14
14	19	29	6
15	16	30	8



c control chart obtained for the evaluation of the plastic-insulated wire data (*k* = 30) in Table 5

Esempio u-chart per borse in pelle, 25 gruppi di numerosità variabile

- numero di osservazioni per campione costante ma su un lotto diverso
  per esempio a causa di variazione di quantità del prodotto (produzione giornaliera)
- si introduce il numero di difetti per unità

$u = c / n$ (c = numero totale per sottogruppo
con n osservazioni)

- e la media per tutti i sottogruppi

$u_m = \Sigma c_i / \Sigma n_i = 382 / 250 = 1.53$

- calcolo dei limiti di controllo

$UCL_p = u_m + 3\ SQR(u_m/n)$ (Poisson $u_m = \sigma$)
$= 1.53+3 \times SQR(0.153)=1.53+1.17=2.7$

$LCL_{cm} = u_m - 3\ SQR(u_m/n)$
$= 1.53-3 \times SQR(0.153)=1.53-1.17=0.36$

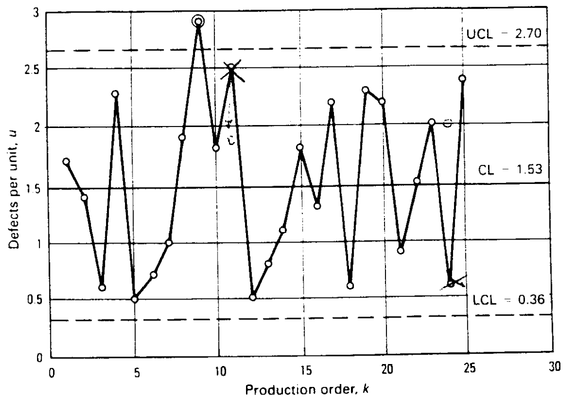
- quindi si costruisce la carta

il dato 9 è fuori controllo

Table 6 ***u*-chart data for leather handbag lot production of Example 5**

Sample number, k(a)	Total number of defects	Defects per unit
1	17	1.7
2	14	1.4
3	6	0.6
4	23	2.3
5	5	0.5
6	7	0.7
7	10	1.0
8	19	1.9
9	29	2.9
10	18	1.8
11	18	1.8
12	5	0.5
13	8	0.8
14	11	1.1
15	18	1.8
16	13	1.3
17	22	2.2
18	6	0.6
19	23	2.3
20	22	2.2
21	9	0.9
22	15	1.5
23	20	2.0
24	20	2.0
25	24	2.4
Total	382	38.2

(a) n = 10



u control chart obtained for the evaluation of leather handbag lot data in Table 6. Data are for k = 25, n = 10. Datum for sample 9 is an extreme point because it exceeds value of UCL.

CAPACITÀ DI PROCESSO

Specifiche di progetto
- tolleranze

Caratteristiche del processo
- tipo di macchina
- fattori casuali

Capacità qualitativa del processo

Identificare: tolleranze del prodotto
tolleranze del processo
loro coerenza

Definire specifiche qualitative non realizzabili perché la tolleranza naturale non lo consente determina:

- prodotti inaccettabili
- costi elevati

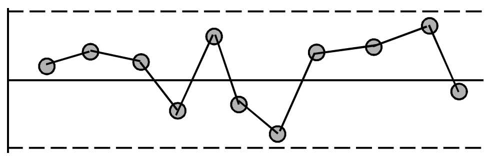
Capacità qualitativa e controllo di processo

Fattori chiave -------->

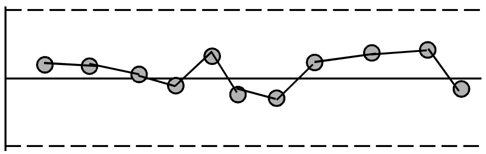
Abilità del processo a produrre parti conformi alle specifiche

Abilità del processo a mantenere uno stato di buon controllo statistico

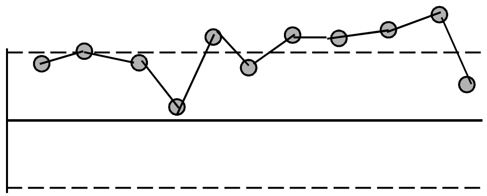
limiti ≡ tolleranze



Capacità qualitativa adeguata

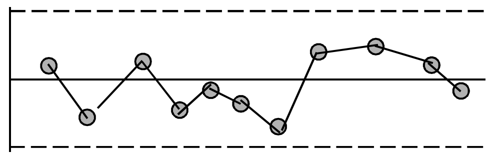


Capacità qualitativa migliore

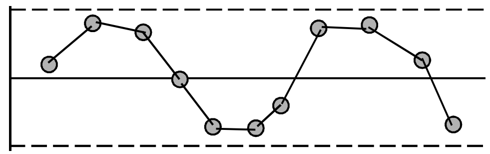


Capacità qualitativa non adeguata

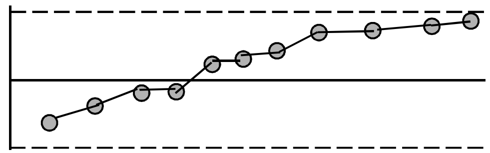
limiti ≡ UCL, LCL



In controllo



Periodicità



Tendenza

I grafici non si devono confondere
infatti, le carte di controllo sono basate su campioni
mentre le misure sono individuali

Si possono verificare i seguenti casi

Processo non in controllo	-> processo non capace
Processo non in controllo ed in tolleranza	-> processo non capace !?!?!?!?!
Processo in controllo ma fuori tolleranza	-> processo non capace
Processo in controllo ed in tolleranza	-> processo capace

cioè............

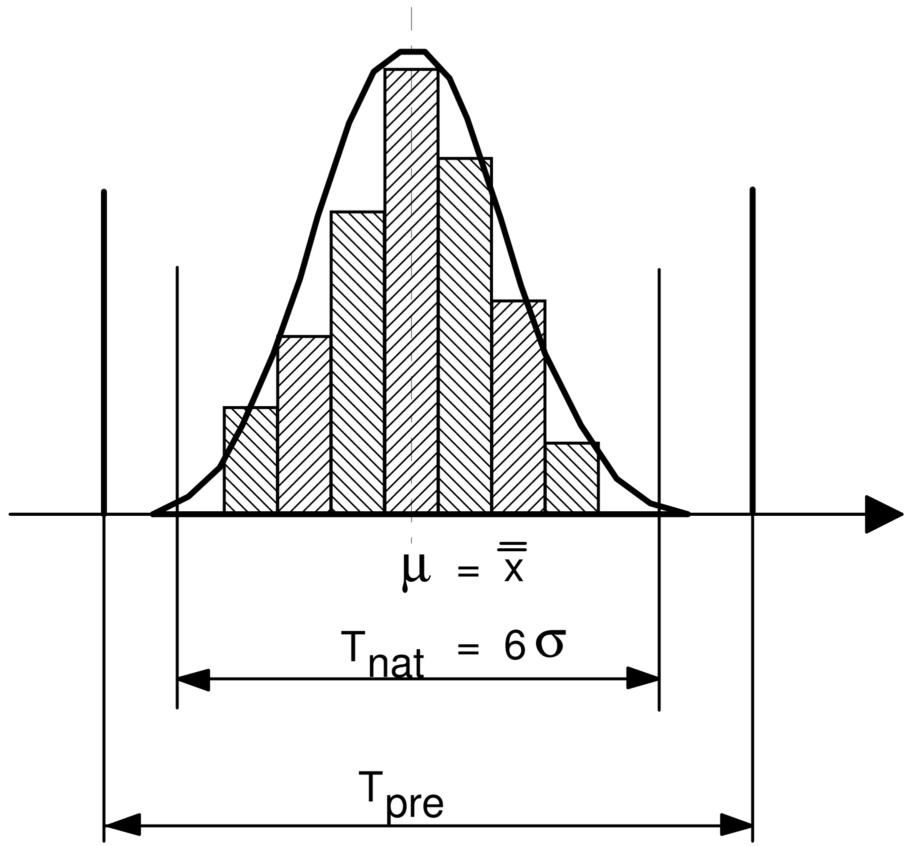
Condizione necessaria e sufficiente perchè un processo sia capace e che sia in controllo ed in tolleranza

Costruzione dell'istogramma delle singole misure

Determinazione della tolleranza di processo

$$LTNS = \bar{x} + 3\sigma = \bar{x} + 3\frac{\bar{\bar{R}}}{d_2}$$

$$LTNI = \bar{x} - 3\sigma = \bar{x} - 3\frac{\bar{\bar{R}}}{d_2}$$



Indicazione delle tolleranze di progetto

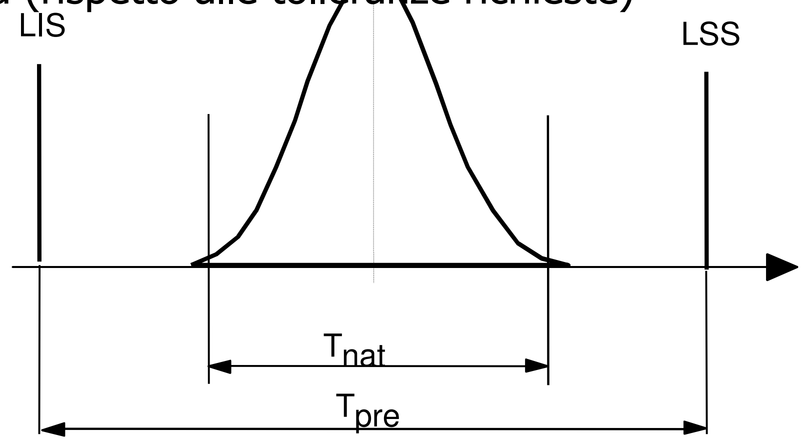
T_{pre}

Confronto

Il processo può essere
- centrato / non centrato (rispetto al valore atteso)
- varianza grande / piccola (rispetto alle tolleranze richieste)

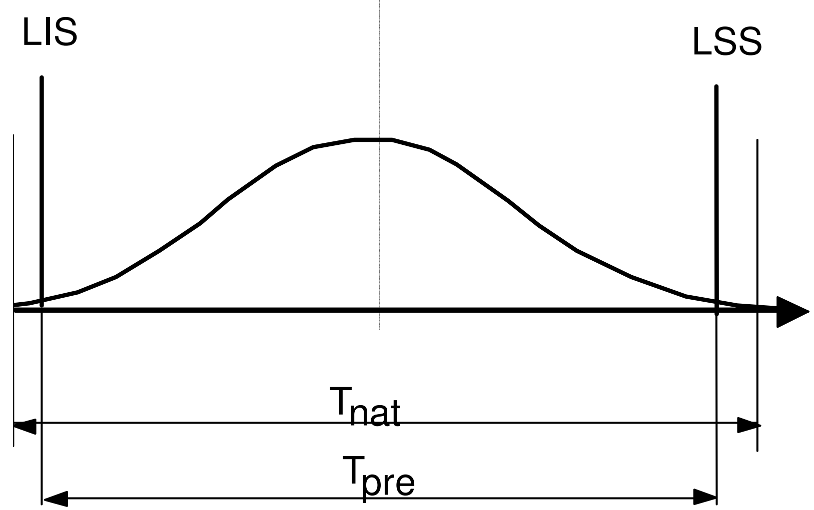
Processo centrato e con varianza piccola

CAPACE



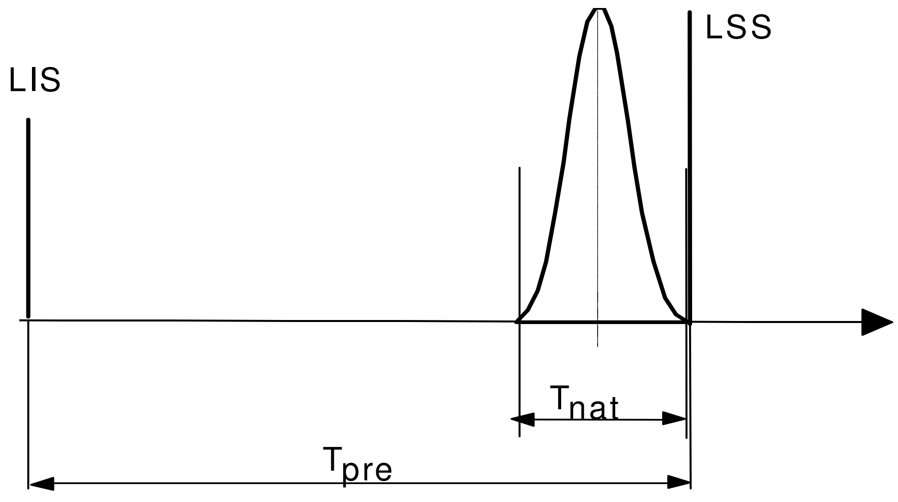
Processo centrato e con varianza grande

NON CAPACE



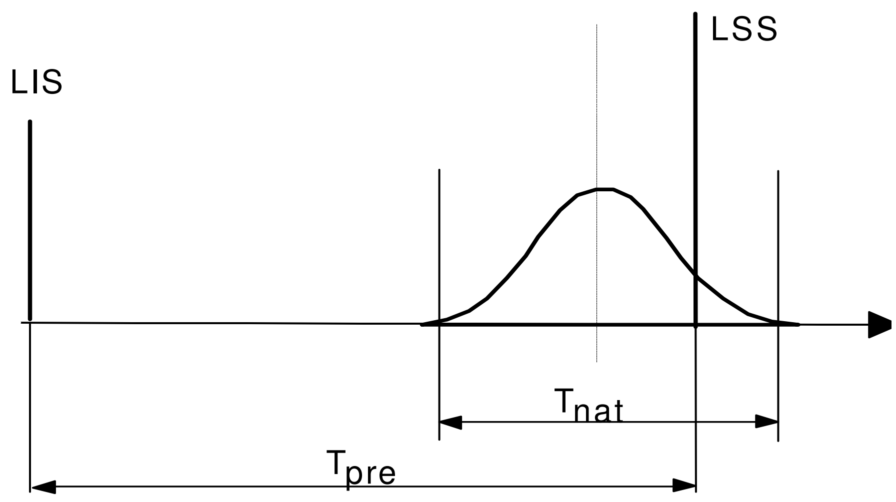
Processo non centrato e con varianza piccola

CAPACE



Processo non centrato e con varianza grande

NON CAPACE



Indici di capacità di processo

$$C_p = \frac{USL_x - LSL_x}{2} > 3\,\sigma_x$$

$$C_{pk} = \min\left[(USL_x - x_m),\ -(LSL_x - x_m)\right] > 3\,\sigma_x$$

Razionale: distanza fra i limiti di progetto e la deviazione standard del processo

Controllo statistico di processo e tolleranze statistiche

È necessaria una stretta connessione fra progettazione e tecnologia

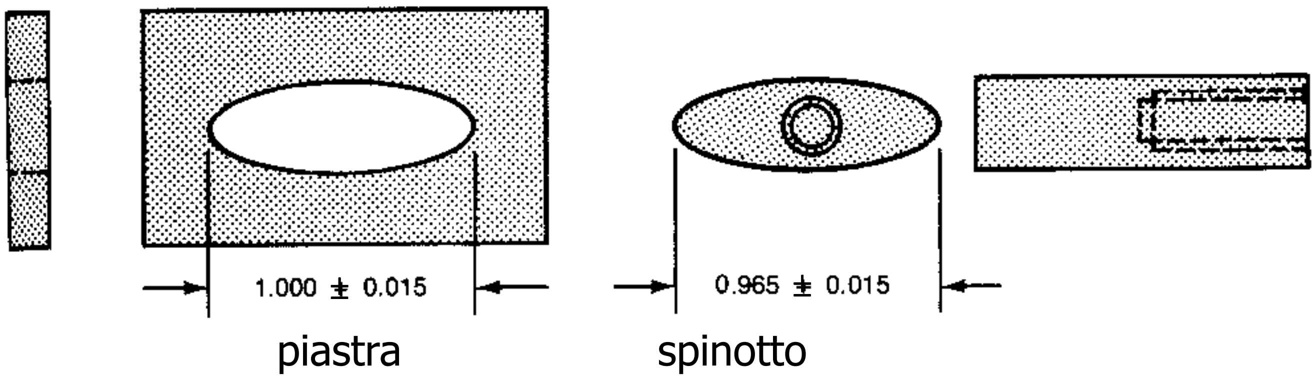
- uso di distribuzioni statistiche per rappresentare le caratteristiche progettuali

- assemblaggio randomizzato, cioè la selezione casuale dei pezzi da assemblare dalla distribuzione indotta dalla casualità del processo

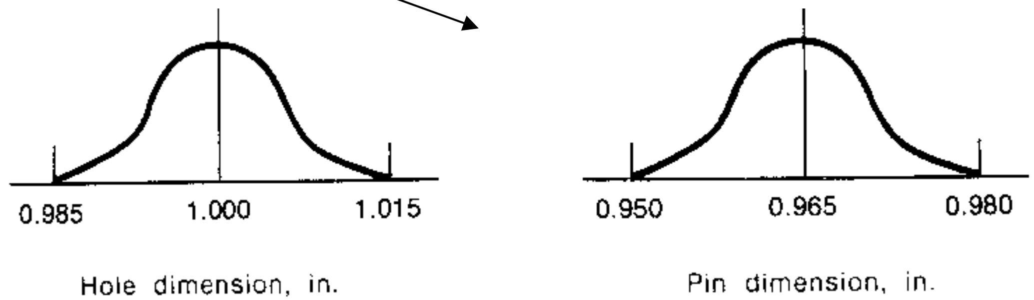
- la legge additiva della varianza, mezzo per correlare la variabilità dei prodotti con la variabilità dell'assemblaggio

Assemblaggio di uno spinotto all'interno di una piastra

0.005 < gioco < 0.065

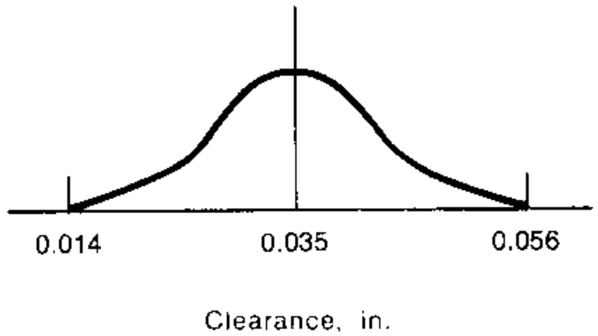


Ipotesi:
- il processo fornisce prodotti distribuiti normalmente
- la capacità di processo è 6σ (processo centrato) ed il processo è sotto controllo
- l'assemblaggio è casuale



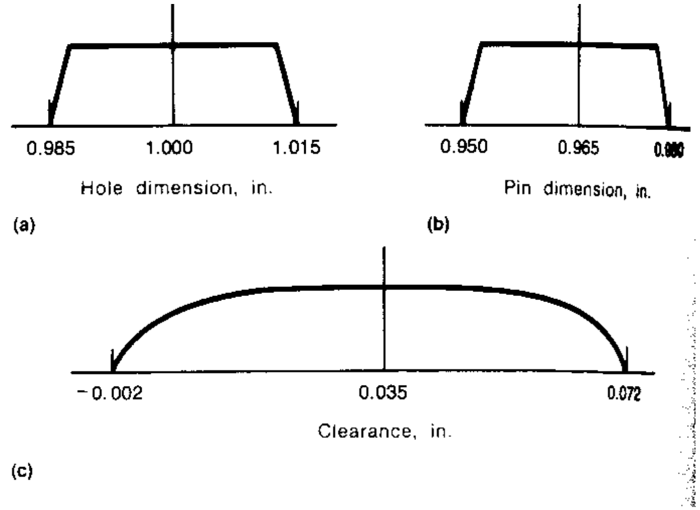
(a) (b)

---> si determina la tolleranza statistica



Per un qualche motivo il processo
non è sotto controllo statistico

Ipotizziamo la seguente distribuzione



È chiaro che anche la distribuzione del gioco
non segue una distribuzione normale
(legge della additività della varianza)

alcuni assemblaggi saranno impossibili
alcuni (molti?) molto stretti
alcuni (molti?) troppo larghi

Aumento dei costi
Diminuzione della qualità
Insoddisfazione del cliente
etc. etc.

!! il problema non è dovuto a scarsa progettazione
ma ad un processo che non si trova sotto
controllo statistico come ipotizzato

Controllo di accettazione

Esterno fornitore ⇄ cliente

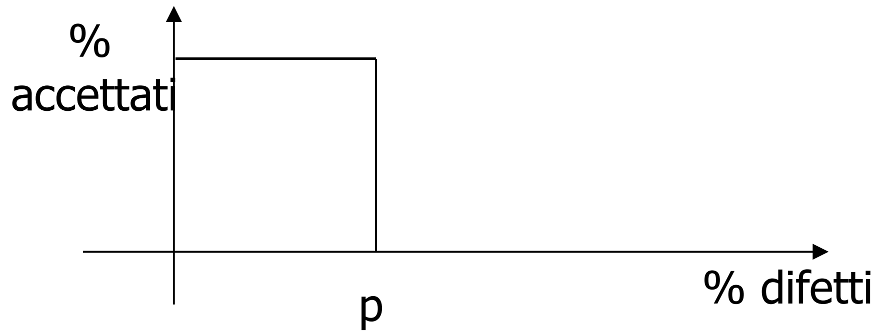
Interno reparto ⇄ reparto

Necessità di stabilire e di accordarsi sulle procedure

- tipo
  - attributi
  - proprietà misurate
- dimensioni
  - normale
  - rilassato
  - stretto
- campionamento
  - casuale
  - statistico
  - sequenziale

Rischi per il cliente
per il fornitore

Caso a: controllo 100%



Caso b: controllo campione

scopo - diminuire i rischi per:
- fornitore di vedersi rifiutato un lotto buono
- cliente di dover accettare un lotto attivo

Esempio lotto 100 pezzi
10 % difetti accettabili
controllo 1 / 10

ipotesi 1 difetti reali = 10 nel lotto
quindi difetti nel campione 0-10
se nel campione ci sono 2 difetti allora rifiuto
(ci rimette il fornitore)

ipotesi 2 difetti reali = 20 nel lotto
quindi difetti nel campione 0-10
se nel campione ci sono 1 difetti allora accetta
(ci rimette il cliente)

Controllo per proprietà misurate

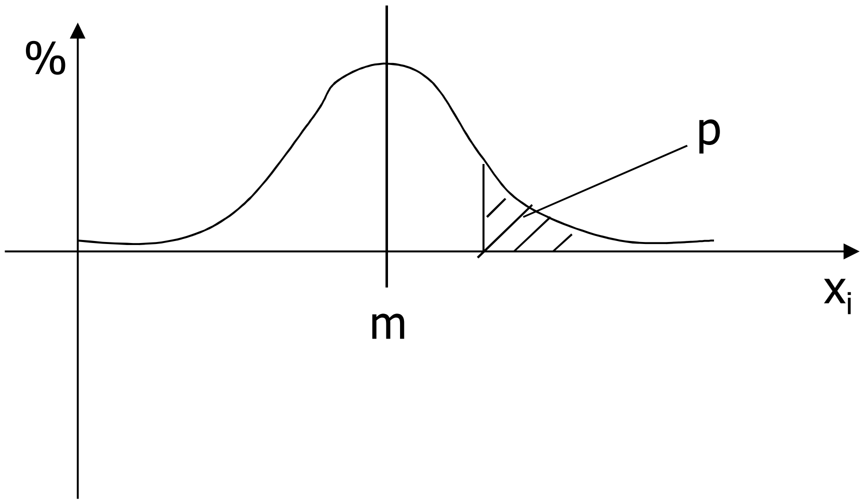
ipotesi: distribuzione normale
media m
dev std σ

campione n $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$
media $m_m = \Sigma x_i / n$
dev std $\sigma_m = SQR [\Sigma (x_i - m_m)^2 / (n-1)]$

ammettendo un livello di accettazione
T_u (massimo valore accettabile)

$p = prob (u > (T_u - m_m) / \sigma_m)$

$u = (x - m) / \sigma$



Controllo per attributi

semplice

campione di n pezzi

$k \leq A$ accetta lotto

$k \geq R = A + 1$ rifiuta lotto

doppio

campione di n_1 pezzi

$k_1 \leq A_1$ accetta lotto

$A_1 < k < R_1$

$k_1 \geq R_1$ rifiuta lotto

campione di n_2 pezzi

$k \leq A_2$ accetta lotto

$k \geq R_2 = A_2 + 1$ rifiuta lotto

multiplo dal secondo in poi

$$A_2 < K_2 < R_2 \neq A_2 + 1$$

terzo campione

$K_3 \leq A_3$ accetta

$K_3 \geq R_3$ rifiuta $R_3 = A_3 + 1$

.
.
.

fino ad 8

vediamo il numero di prove effettuate

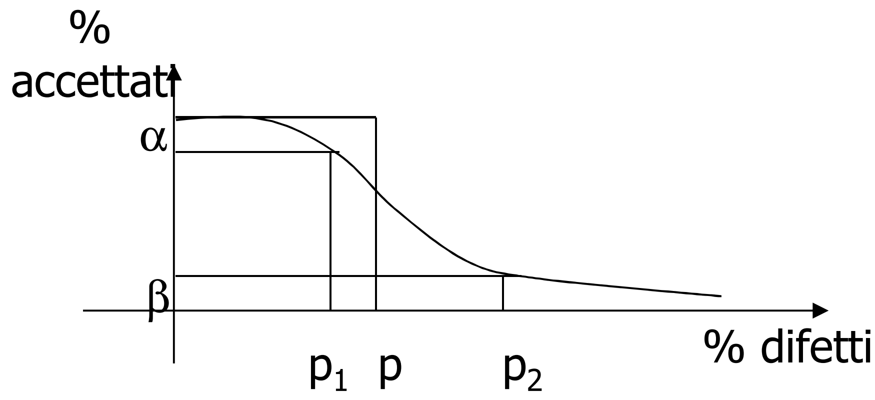
$n_{tot} = n_1 + n_2 + n_3 + ... n_n$ $<=>$ n

guadagno nella procedura

diminuzione dei rischi

Controllo a campione

ipotizziamo, come avviene in questi casi,
una distribuzione binomiale



il fornitore accetta una probabilità α
di vedersi rifiutare un lotto buono

il cliente accetta una probabilità β
di essere obbligato ad accettare un lotto cattivo

dall'analisi della curva, e dalle scelte
effettuate emergono i valori p_1 $LQA_{ccettabile}$
p_2 $LQT_{ollerabile}$

per una binomiale si ha : $$1-\alpha = \sum_{k=0}^{c} \binom{n}{k} p_1^k (1-p_1)^{n-k} \qquad \beta = \sum_{k=0}^{c} \binom{n}{k} p_2^k (1-p_2)^{n-k}$$

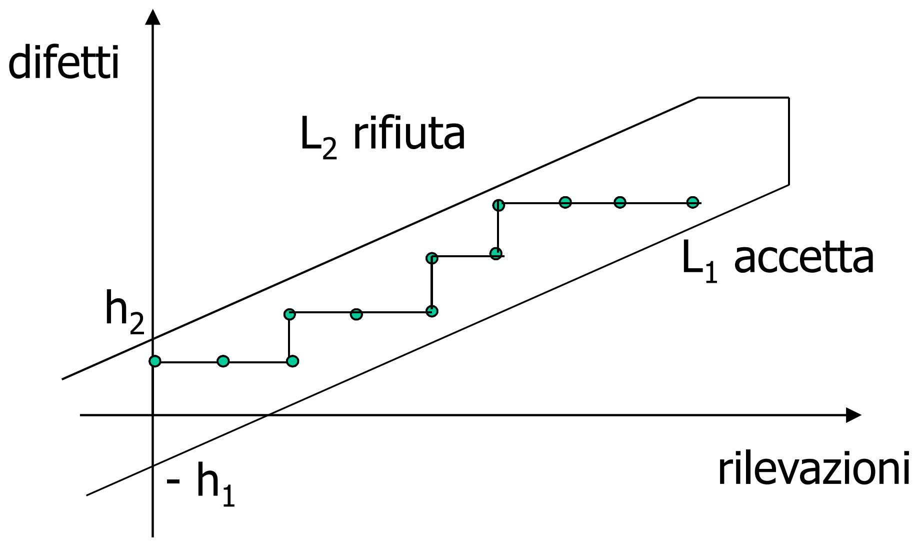
n = numerosità del campione
c = numero massimo di difettosi ammessi nel campione

Campionamento sequenziale

si effettuano una serie di
rilevamenti consecutivi e si
conta la presenza di difetti l'appartenenza
dei valori misurati all'interno di
certi limiti di controllo

$L_1 \rightarrow a_n = -h_1 + S\,n$
$L_2 \rightarrow a_n = h_2 + S\,n$

$S = k \log [(1-p_1)/(1-p_2)]$
$h_1 = k \log[(1-\alpha)/\beta]$
$h_2 = k \log[(1-\beta)/\alpha]$
$k = [\log (p_2/p_1) - \log[(1-p_1)/(1-p_2)]]^{-1}$



Deviazioni verso l'alto -> prodotto di bassa qualità ad alto prezzo
Deviazioni verso il basso -> prodotto di alta qualità a basso prezzo